Programme d'études de mathématiques pour le Canada atlantique

Nouveau-Brunswick
Ministère de l'Éducation
Educational Programs & Services Branch

New Nouveau Brunswick

PROGRAMME D'ÉTUDES

Mathématiques

10^{e} année

ÉBAUCHE

2001

Des copies supplémentaires du document peuvent être commandées
auprès des Ressources pédagogiques.
Code du Titre (840090)

This document (Grade 10) is also available in English and may be
obtained from the Instructional Resources Branch.
Title Code (840210)

Remerciements

Les ministères de l'éducation du Nouveau-Brunswick, de Terre-Neuve et du Labrador, de la Nouvelle-Écosse et de l'Île-du-Prince-Édouard tiennent à remercier les personnes suivantes pour leur précieuse collaboration lors de l'élaboration du présent guide pédagogique pour l'enseignement des mathématiques aux élèves de la huitième année.

- Les représentants actuels et passés du comité régional chargé du programme de mathématiques, c'est-à-dire :

Nouveau-Brunswick
Greta Gilmore, enseignante de mathématiques,
Belleisle Regional High School;

John Hildebrand, conseiller en mathématiques,
Ministère de l'Éducation;

Joan Manuel, agente pédagogique, secteur mathématiques et sciences,
District scolaire 10.

Nouvelle-Écosse
Richard MacKinnon, conseiller en mathématiques,
Ministère de l'Éducation et de la Culture;

Sharon McCready, enseignante de mathématiques,
Sherwood Park Educational Centre.

Terre-Neuve et Labrador
Roy Hodder, directeur adjoint par intérim,
MacPherson Junior High School;

Patricia Maxwell, conseillère en mathématiques,
Ministère de l'Éducation.

Île-du-Prince-Édouard
Clayton Coe, conseiller en mathématiques et en sciences,
Ministère de l'Éducation;

Joan Kennedy, enseignante de mathématiques,
Stonepark Intermediate School.

- Les membres du Provincial Curriculum Working Group, soit des enseignants et d'autres éducateurs de Terre-Neuve et du Labrador, la province chargée de la rédaction et de la révision du document.
- Les enseignants et autres éducateurs et intervenants du Canada atlantique qui ont participé à l'élaboration du guide pédagogique pour l'enseignement des mathématiques aux élèves de la huitième année.

Table of Contents

I. Contexte et fondement

A. Contexte

Le remaniement du programme de mathématiques entrepris au Canada atlantique repose sur une vision préconisant la formation d'élèves dotés d'une culture mathématique qui sont en mesure de généraliser et d'appliquer les connaissances acquises et qui participent de façon active au sein d'une société où la technologie occupe une place toujours plus grande. Une telle démarche résulte de la volonté d'offrir aux élèves du Canada atlantique un programme de mathématiques et un enseignement de niveau international occupant une place importante dans le cadre de leur expérience d'apprentissage.

Il est clairement indiqué, dans le *Document-cadre sur le programme de mathématiques pour le Canada atlantique*, que la poursuite de cette vision repose sur les normes du *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*, énoncées dans le document intitulé *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Cette vision, qui adhère au principe selon lequel les élèves doivent reconnaître l'importance des mathématiques et jouer un rôle actif au cours de leur apprentissage, préconise un programme centré sur les concepts unificateurs, soit la résolution de problèmes, la communication, le raisonnement et l'établissement de liens. En outre, le document-cadre établit les grandes lignes de la rédaction de documents détaillés pour chaque niveau scolaire, dont l'objet est d'expliquer le programme de mathématiques et d'orienter l'enseignement.

L'élaboration du programme de mathématiques a été réalisée sous les auspices de la Fondation d'éducation des provinces atlantiques (FEPA), un organisme parrainé et géré par les gouvernements des quatre provinces de l'Atlantique. LA FEPA a réuni des membres du personnel enseignant et des représentants des ministères de l'éducation en vue de planifier et de réaliser conjointement l'élaboration des programmes de mathématiques, de sciences, d'anglais et de français. Dans chaque cas, l'objectif était de produire un programme adhérant aux résultats d'apprentissage transdisciplinaires (RAT), aussi élaborés à l'échelle régionale. Ces RAT sont présentés dans la section Résultats d'apprentissage du document-cadre, où l'on précise l'apport du programme de mathématiques en vue de leur atteinte.

B. Fondement

Le *Document-cadre sur le programme de mathématiques pour le Canada atlantique* offre un aperçu de la philosophie et des objectifs du programme de mathématiques, en présentant des résultats d'apprentissage généraux et en s'intéressant à une diversité de questions ayant trait à l'apprentissage et à l'enseignement des mathématiques. Le présent guide pédagogique est l'un parmi plusieurs documents apportant davantage de précision et de clarté en vue de guider les enseignants. Le *Document-cadre sur le programme de mathématiques pour le Canada atlantique* décrit le programme en fonction d'une série de résultats d'apprentissage : les résultats d'apprentissage du programme (RAP), qui concernent les différents modules, et les résultats d'apprentissage par cycle (RAC), qui précisent davantage les RAP à la fin de la 3e, de la 6e, de la 9e et de la 12e année. Le guide pédagogique repose sur la structure présentée dans le document-cadre en établissant un lien entre les résultats d'apprentissage par année (RAA) et chacun des résultats d'apprentissage par cycle (RAC). La figure 1 illustre la structure des résultats d'apprentissage.

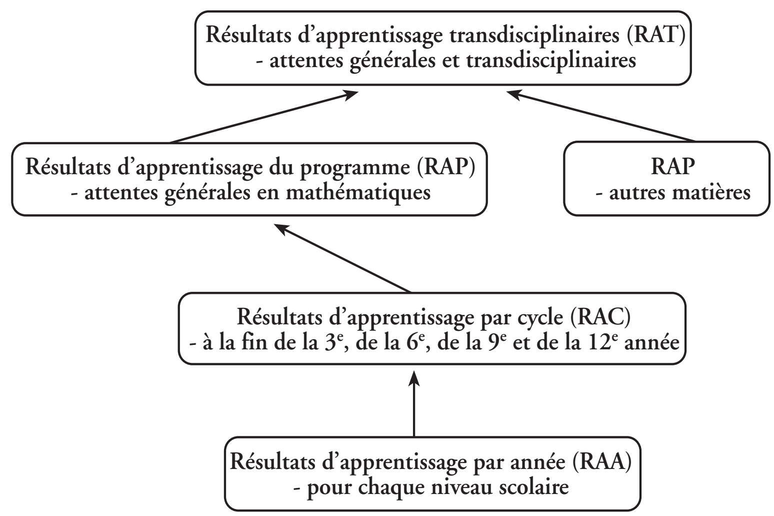


Figure 1 : Structure des résultats d'apprentissage

Le présent guide pédagogique repose sur plusieurs postulats et convictions à propos de l'apprentissage des mathématiques auxquels ont conduit les recherches et l'expérience pratique dans ce domaine, dont les suivants : i) l'apprentissage des mathématiques représente un cheminement actif et constructif, ii) les apprenants possèdent des bagages variés de connaissances et d'expérience et apprennent au moyen d'approches diverses et à des rythmes différents, iii) l'apprentissage est plus susceptible de se produire lorsque la matière est présentée en contexte et au sein d'un milieu favorisant l'exploration, la prise de risques et le raisonnement critique, tout en préconisant des attitudes positives et un effort soutenu, iv) l'apprentissage est plus efficace lorsque les attentes sont clairement définies et que l'évaluation et un suivi sont réalisés de façon continuelle, et v) les apprenants tirent des avantages, tant au plan social qu'intellectuel, d'une diversité d'expériences d'apprentissage réalisées de façon individuelle et collective.

II. Élaboration du programme et composantes

A. Structure du programme

Comme mentionné plus haut, le programme de mathématiques vise à appuyer les résultats d'apprentissage transdisciplinaires du Canada atlantique (RAT). Ainsi, il est élaboré de façon à grandement contribuer à l'atteinte de chacun de ces six RAT, ceux ayant trait à la communication et à la résolution de problèmes se rattachant particulièrement bien aux concepts unificateurs du programme. (Se reporter à la section Résultats d'apprentissage du *Document-cadre sur le programme de mathématiques pour le Canada atlantique*.) Le document-cadre présente ensuite les résultats d'apprentissage correspondant à chacun des cycles du cheminement scolaire.

Le présent guide pédagogique définit les résultats d'apprentissage par année. Comme l'illustre la figure 2, ces derniers représentent les moyens progressifs permettant aux élèves d'atteindre les résultats d'apprentissage par cycle, les résultats d'apprentissage du programme puis, finalement, les résultats d'apprentissage transdisciplinaires.

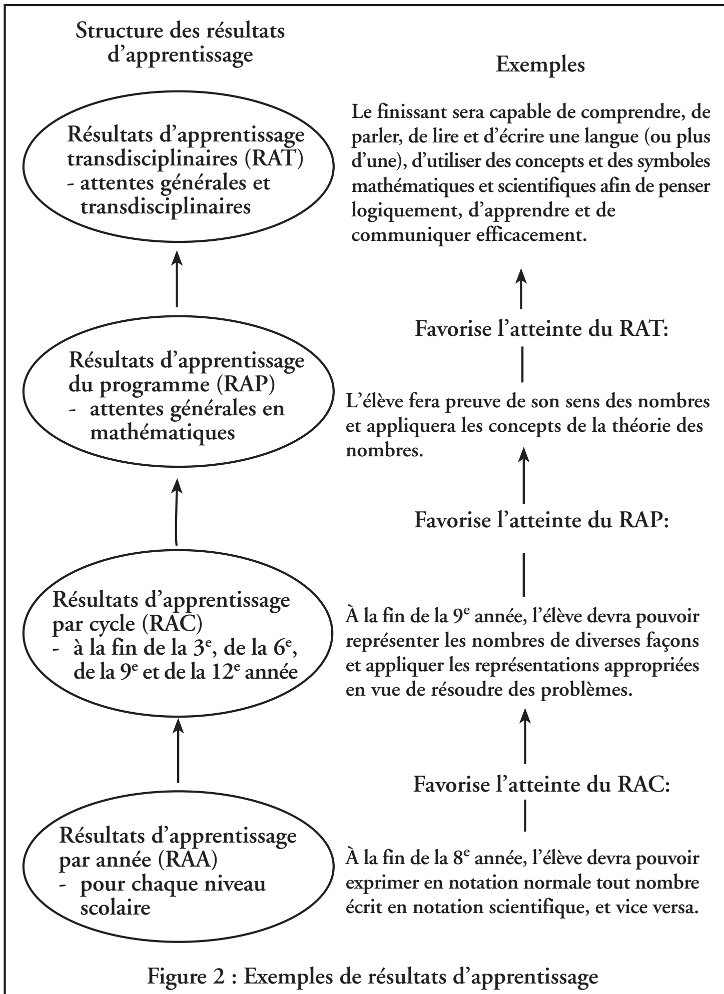


Figure 2 : Exemples de résultats d'apprentissage

Il est important de souligner que la présentation des résultats d'apprentissage par année, qui est conforme à la structure établie dans le *Document-cadre sur le programme de mathématiques pour le Canada atlantique*, **ne correspond pas nécessairement à la séquence d'enseignement**. Bien que certains résultats d'apprentissage doivent être abordés avant d'autres pour satisfaire aux exigences relatives aux préalables, une grande souplesse existe en ce qui a trait à l'organisation du programme. En outre, certains résultats d'apprentissage (p. ex. ceux ayant trait aux régularités et à la gestion des données) peuvent être présentés de façon continue et en relation avec d'autres sujets. On s'attend à ce que les enseignants définissent eux-mêmes l'ordre de présentation des sujets et des résultats d'apprentissage en fonction de leurs élèves. Dans la plupart des cas, cela sera fait en consultation avec les collègues de travail, les chefs de département ou le personnel du district scolaire.

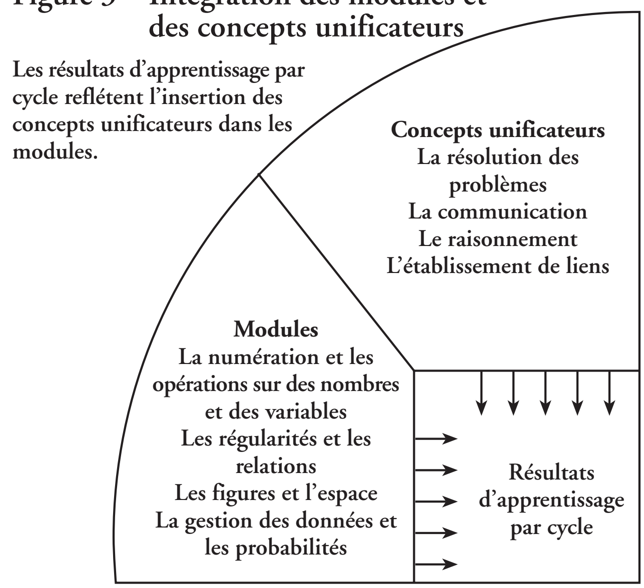
Les décisions portant sur l'ordre de présentation dépendront d'un certain nombre de facteurs, y compris les élèves eux-mêmes et leurs préférences. Par exemple, une activité qui permet de bien amorcer un module avec un groupe d'élèves peut ne pas fonctionner dans un autre cas. Un autre facteur dont il faut tenir compte est la coordination du programme de mathématiques avec les autres volets de l'expérience pédagogique des élèves. Ainsi, ces derniers pourraient étudier les mesures en relation avec des sujets appropriés dans le domaine des sciences, la gestion des données dans le cadre d'une question liée aux sciences humaines, ou un aspect de la géométrie en rapport avec l'éducation physique. Par ailleurs, des événements qui se produisent à l'extérieur de l'école peuvent influer sur l'ordre de présentation, par exemple des élections, des célébrations spéciales dans la communauté ou des phénomènes naturels.

B. Concepts unificateurs

Dans son document intitulé *Curriculum and Evaluation Standards*, le NCTM définit la résolution de problèmes, la communication, le raisonnement et l'établissement de liens comme les principaux aspects du programme de mathématiques. Le *Document-cadre sur le programme de mathématiques pour le Canada atlantique* (p. 7 à 11) souligne davantage ces concepts unificateurs et les présente comme faisant partie intégrante de tous les éléments du programme. En effet, bien que les résultats d'apprentissage du programme soient établis en fonction de modules, aucune occasion n'a été ratée d'intégrer un ou plusieurs concepts unificateurs aux résultats d'apprentissage par cycle. (Se reporter à la figure 3.)

Ces concepts unificateurs ont pour objet de lier le contenu à la méthodologie. Ils précisent clairement que l'enseignement des mathématiques doit être fondé sur la résolution de problèmes, que les activités réalisées en classe et les devoirs doivent être structurés de façon à offrir aux élèves des occasions de communiquer de façon mathématique, que les encouragements et les questions des enseignants doivent permettre aux élèves d'expliquer et de clarifier leur raisonnement mathématique, et que les sujets mathématiques abordés quotidiennement doivent être liés aux autres sujets mathématiques, aux autres matières et au monde environnant.

Figure 3 - Intégration des modules et des concepts unificateurs



Tous les jours, les élèves doivent résoudre des problèmes mathématiques courants ou inhabituels. Il faut graduellement leur présenter maintes stratégies de résolution de problèmes et les inciter à employer diverses stratégies dans nombre d'activités de résolution de problèmes. Bien que l'on puisse présenter une stratégie à divers moments, ils devraient se familiariser, au cours de leurs premières années scolaires, avec des méthodes telles que celles qui les amènent à procéder par essais et erreurs, à chercher une régularité, à dessiner, à faire une mise en situation, à se servir de représentations concrètes, à faire un tableau ou une représentation graphique et à dresser une liste ordonnée. En outre, travailler à rebours, penser logiquement, résoudre un problème plus simple, changer d'optique et écrire une forme propositionnelle ou une équation sont des habiletés qu'ils auront acquises à la fin de l'élémentaire. De la 7^{e} à la 9^{e} année, ce répertoire sera élargi de façon à inclure des stratégies telles que l'interprétation de formules, la recherche d'hypothèses sous-entendues, l'examen de cas sélectionnés de façon systématique ou ponctuelle et la résolution de problèmes à l'aide de l'algèbre.

Il faut souvent créer des occasions d'établir des liens entre les mathématiques et les carrières. Au cours de ces importantes années de transition, les élèves doivent prendre conscience de l'importance des mathématiques et de leur utilité dans le cadre d'un grand nombre de cheminements de carrière. Cela permettra de faire en sorte qu'ils soient plus nombreux à s'efforcer à acquérir et à tenir à jour les habiletés requises pour réussir dans le cadre d'un programme de mathématiques de niveau avancé présenté au deuxième cycle du secondaire et au cours d'études postsecondaires.

C. Apprentissage et enseignement des mathématiques

Dans le cadre du programme de mathématiques, les concepts unificateurs indiquent clairement que la classe de mathématiques doit être un lieu où les élèves participent chaque jour de façon active à la « réalisation des mathématiques ». Il n'est désormais plus suffisant ou approprié de voir les mathématiques comme un ensemble de concepts et d'algorithmes que l'enseignant transmet à ses élèves. Ces derniers doivent plutôt en venir à considérer les mathématiques comme un outil pertinent et utile leur permettant de comprendre leur milieu et comme une discipline qui se prête à l'application de diverses stratégies, aux idées innovatrices des élèves et, assez souvent, à l'obtention de solutions multiples. (Se reporter à la section *Contextes d'apprentissage et d'enseignement* du document-cadre.)

Le milieu d'apprentissage doit permettre aux élèves et aux enseignants d'utiliser de façon régulière le matériel de manipulation et les outils technologiques, de participer activement aux discussions et à la formulation d'hypothèses, de vérifier des raisonnements et de communiquer des solutions. Dans un tel cadre, chaque idée est respectée et une importance est accordée au raisonnement et à la compréhension du sens, au-delà de « la formulation de la réponse exacte ». Les élèves doivent avoir accès à une diversité de ressources pédagogiques, équilibrer les habiletés procédurales et les connaissances conceptuelles, faire des estimations de façon régulière afin de vérifier la vraisemblance de leurs réponses, compter de diverses façons, tout en continuant à se concentrer sur les habiletés de base en calcul mental, et approfondir les activités réalisées en classe grâce au travail fait à la maison.

D. Adaptation aux besoins de tous les apprenants

Le *Document-cadre sur le programme de mathématiques pour le Canada atlantique* souligne la nécessité d'aborder de façon adéquate une gamme étendue de questions ayant trait à l'équité et à la diversité. Les enseignants doivent non seulement savoir que les élèves ont différentes dispositions lorsqu'ils entrent à l'école intermédiaire et au fur et à mesure qu'ils progressent et adapter leur enseignement en conséquence, mais il leur faut aussi éviter d'exercer une discrimination fondée sur le sexe ou la culture dans le cadre de leur enseignement. D'un point de vue idéal, la classe de mathématiques doit offrir des occasions d'apprentissage optimales à chaque élève.

Au moment de prendre des décisions pédagogiques, il faut tenir compte de la réalité des différences individuelles des élèves. Bien que le présent guide pédagogique présente les résultats d'apprentissage par année, il doit être reconnu que les élèves ne progressent pas au même rythme et qu'ils ne seront pas tous en mesure d'atteindre les résultats d'apprentissage à un moment précis. Les résultats d'apprentissage par année représentent, au mieux, un cadre raisonnable visant à aider les élèves à atteindre les résultats d'apprentissage par cycle et les résultats d'apprentissage du programme.

En outre, les enseignants doivent comprendre les différents styles d'apprentissage et élaborer leur enseignement de façon à satisfaire aux exigences de chacun. Il est évident qu'il est approprié de faire appel à des modes d'enseignement différents, par exemple pour répondre aux besoins des élèves principalement visuels et de ceux qui apprennent mieux par la pratique. De plus, le souci apporté aux divers styles d'apprentissage dans le cadre de l'élaboration des activités réalisées en classe doit aussi être présent dans le domaine de l'évaluation, ce qui suppose le recours à une gamme étendue de stratégies de mesure, y compris les journaux, les portfolios, les exposés, les activités et les entretiens structurés.

E. Ressources

Le présent guide pédagogique constitue la principale ressource à l'intention des enseignants de mathématiques, d'autres documents pouvant être consultés à titre additionnel. Il devrait servir de référence principale pour l'organisation des activités quotidiennes et des unités et pour la planification annuelle, ainsi que pour établir le degré d'atteinte visé des résultats d'apprentissage.

D'autres ressources ont néanmoins une place importante dans la classe de mathématiques. Tout texte ou autre document est utile pourvu qu'il appuie les objectifs du programme. En outre, les enseignants ont besoin de ressources professionnelles pour améliorer leurs techniques d'enseignement et leurs habiletés mathématiques. Les publications du NCTM représentent les principales ressources à cet effet, y compris les documents suivants : *Assessment Standards for School Mathematics, Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, Addenda Series (de la 5e à la 8e année), Professional Standards for Teaching Mathematics* ainsi que les divers Yearbooks. Du matériel de manipulation doit être mis à la disposition des élèves, qui doivent aussi avoir un accès approprié à des ressources technologiques (p. ex. des logiciels et des vidéos). En outre, la calculatrice fera partie intégrante d'un grand nombre d'activités d'apprentissage.

F. Rôle des parents

En raison des changements qui se sont produits au sein de la société, les besoins mathématiques des élèves d'aujourd'hui sont différents de ceux de leurs parents, et ce, à divers points de vue. Ces différences se manifestent non seulement dans le contenu mathématique, mais aussi dans les méthodes pédagogiques. Par conséquent, il est important que les éducateurs saisissent chaque occasion qui leur est offerte de discuter avec les parents des changements qui se sont produits en matière de pédagogie des mathématiques et des raisons pour lesquelles ces changements sont importants. Les parents qui comprennent les raisons de tels changements en matière d'enseignement et d'évaluation sont davantage en mesure d'appuyer les élèves dans leurs démarches mathématiques, et ce, en favorisant une attitude positive face à cette discipline, en mettant l'accent sur l'importance des mathématiques dans la vie de leurs enfants, en aidant ces derniers dans le cadre des activités réalisées à la maison et, en bout de ligne, en les aidant à devenir des apprenants confiants et autonomes.

G. Liens avec d'autres matières

L'enseignant doit tirer profit des diverses occasions qui se présentent d'intégrer les mathématiques aux autres matières. Cette intégration a non seulement pour objet de montrer aux élèves la façon dont les mathématiques sont utilisées dans la vie de tous les jours, mais elle favorise leur compréhension des concepts mathématiques et leur offre des occasions de mettre en pratique leurs compétences dans ce domaine. Il existe maintes possibilités d'intégrer des expériences d'apprentissage : par l'entremise de centres d'apprentissage, d'activités dirigées par l'enseignant, d'explorations individuelles ou réalisées en groupes et de toute autre situation d'apprentissage pertinente. Toutefois, il ne faut pas oublier que certains aspects des mathématiques sont ordonnés et qu'ils doivent être présentés dans le cadre d'expériences d'apprentissage structurées.

Les habiletés et les concepts mathématiques s'appliquent à un grand nombre de disciplines, dont les sciences, les sciences humaines, la musique, l'éducation technologique, les arts, l'éducation physique et l'économie domestique. Il faut s'efforcer d'établir des liens et de se servir d'exemples concernant diverses matières.

Dans le domaine des sciences, les notions de mesure et les habiletés connexes sont utiles dans le cadre des enquêtes de nature scientifique. De même, les concepts et les habiletés ayant trait aux statistiques sont mis en application lorsque les élèves recueillent, présentent et analysent des données.

Dans le cadre des sciences humaines, on a recours aux mesures pour lire l'échelle d'une carte, calculer la superficie d'un territoire ou déterminer des conditions climatiques. De plus, les élèves lisent, interprètent et construisent des tableaux et des représentations graphiques dans divers contextes tels que la démographie.

Il existe aussi maintes occasions d'approfondir les fractions et les opérations par l'entremise de la musique et de rattacher certains concepts du domaine des arts, par exemple la symétrie et le dessin en perspective, à des aspects de la géométrie en deux et en trois dimensions.

III. Appréciation et évaluation

A. Évaluation de l'apprentissage

L'appréciation et l'évaluation font partie intégrante des démarches d'enseignement et d'apprentissage. Il est crucial de réaliser de telles activités de façon continue, non seulement pour souligner la réussite des élèves et ainsi favoriser leur rendement scolaire, mais aussi pour offrir aux enseignants un fondement à leurs décisions pédagogiques. (Consulter la section *Mesure et évaluation de l'apprentissage*, dans le *Document-cadre sur le programme de mathématiques pour le Canada atlantique*.)

Une appréciation adéquate de l'apprentissage devrait comporter les caractéristiques suivantes : i) utilisation d'une grande diversité de stratégies et d'outils d'appréciation, ii) agencement des stratégies et des outils d'appréciation au programme et aux méthodes d'enseignement et iii) équité en ce qui a trait à la fois à la mise en application d'appréciation et à la notation. Le document intitulé *Principles for Fair Student Assessment Practices for Education in Canada*, dans lequel est présentée une démarche valable en matière d'évaluation, sert de guide en la matière.

B. Évaluation du programme

L'évaluation du programme fournit de l'information aux éducateurs sur la réussite du programme de mathématiques et sa mise en place, en plus de permettre de répondre à des questions telles que les suivantes : Les élèves atteignent-ils les résultats d'apprentissage? Le programme est-il mis en oeuvre de façon uniforme à l'échelle régionale? Y a-t-il un équilibre adéquat entre les connaissances procédurales et la compréhension des concepts? Les outils technologiques jouent-ils un rôle approprié?

IV. Planification de l’enseignement

Il est important de planifier l’enseignement qui sera dispensé au cours de l’année scolaire. Un tel plan doit refléter le fait que les résultats d’apprentissage par année (RAA) découlant de tout résultat d’apprentissage du programme (RAP) ne doivent pas être présentés isolément. Il existe maintes occasions d’établir des liens entre les divers modules du programme de mathématiques et de les intégrer les uns aux autres.

Il faut tenir compte de l’importance relative des résultats d’apprentissage correspondant à chaque RAP de façon à accorder le temps approprié à chaque aspect du programme. Bien sûr, ce temps doit tenir compte des acquis des élèves et du fait que certains sujets touchent à différentes matières. Si l’on néglige de planifier l’enseignement, on risque de manquer de temps et de ne pouvoir aborder tous les aspects du programme de mathématiques au cours de l’année scolaire. L’élaboration d’un plan global tenant compte de tous les résultats d’apprentissage et de tous les modules fait ressortir la nécessité d’une bonne gestion du temps.

Il est souvent souhaitable d’administrer des prétests afin de déterminer ce que les élèves ont retenu des notions présentées au cours des années précédentes en rapport avec une série de résultats d’apprentissage. Dans certains cas, le prétest peut aussi permettre d’établir quels élèves possèdent déjà les habiletés associées au niveau actuel. En outre, son utilité est souvent plus grande lorsqu’il est administré une à deux semaines avant la présentation de la matière. Dans un tel cas, les résultats d’apprentissage peuvent correspondre à un sujet ou à une unité de travail, par exemple les fractions et les opérations. Si un tel test est administré suffisamment à l’avance et qu’il permet de déceler des lacunes au plan des connaissances ou des habiletés de certains élèves, on a alors assez de temps pour redresser la situation avant d’aborder le sujet ou l’unité en question. En outre, une faiblesse de tout le groupe à l’égard des préalables peut être due à une présentation inadéquate du sujet au cours des années précédentes. Il se peut alors qu’il soit nécessaire de faire une mise à jour au début de l’enseignement. De plus, il faudra en parler aux enseignants des autres niveaux.

Nombre de sujets mathématiques sont abordés dans le cadre d’autres matières, bien que la nature et l’orientation des résultats d’apprentissage soient différentes. Il est utile d’établir un lien entre les résultats d’apprentissage connexes des diverses matières, dans la mesure du possible, ce qui peut permettre de gagner du temps. Les exemples les plus évidents ont trait à l’emploi des mesures en sciences et à diverses représentations des données en sciences humaines.

V. Résultats d'apprentissage

Les résultats d'apprentissage par année sont expliqués en détail aux pages qui suivent. Comme mentionné plus haut, l'ordre de présentation ne doit pas nécessairement être suivi à la lettre. Il vise plutôt à agencer les résultats d'apprentissage par année selon les RAP et les RAC contenus dans le document-cadre. Les résultats d'apprentissage par année sont présentés sur une double page (se reporter à la figure 4 de la page suivante).

Le guide pédagogique présente le programme de mathématiques par niveau scolaire, de façon à donner aux enseignants une vue d'ensemble des résultats d'apprentissage qui devront être atteints au cours de l'année. Toutefois, il est bon d'examiner les documents précédents et subséquents, afin de mieux comprendre la place qu'occupent les apprentissages correspondant à un niveau donné dans le tableau d'ensemble de l'acquisition des concepts et des habiletés. Les résultats d'apprentissage par année s'articulent autour des résultats d'apprentissage par cycle et il est relativement facile de consulter le RAC du niveau précédent ou subséquent afin de comprendre le développement des différents concepts mathématiques.

Les résultats d'apprentissage par année sont présentés sur une double page. Le RAP est inscrit sur la partie supérieure de chaque page, le ou les RAC et RAA appropriés figurant dans la colonne de gauche. Les RAC et les RAA sont respectivement écrits en italique et en caractères gras. Dans la deuxième colonne, intitulée **Explications détaillées — Stratégies d'enseignement et suggestions**, les résultats d'apprentissage par année sont expliqués et certaines stratégies et activités sont suggérées en vue de favoriser leur atteinte. Bien que les stratégies et les activités proposées n'aient pas à être rigoureusement mises en application, elles permettent de préciser davantage les résultats d'apprentissage par année et d'illustrer des façons de les atteindre, tout en maintenant l'accent sur la résolution de problèmes, la communication, le raisonnement et l'établissement de liens. Les activités sont précédées du symbole ❐ afin de permettre de les différencier des stratégies d'enseignement.

Les **Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation** de la troisième colonne peuvent être employées dans le cadre de l'évaluation ou pour clarifier davantage les résultats d'apprentissage par année. En outre, elles intègrent en général un ou plusieurs concepts unificateurs du programme. Les tâches proposées ne sont que des exemples et les enseignants souhaiteront peut-être les modifier selon les besoins et les préférences de leurs élèves. La dernière colonne, intitulée **Ressources suggérées**, servira à noter des références particulièrement utiles en vue de l'atteinte des résultats d'apprentissage.

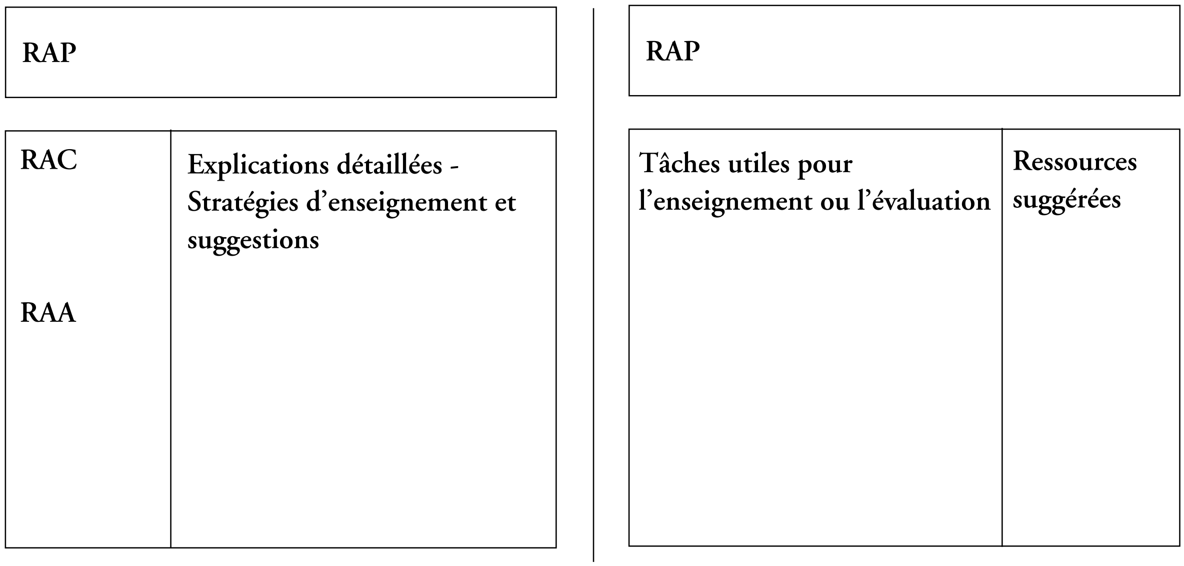


Figure 4 : Schéma d'une double page

Unité 1
Gestion des données
(de 15 à 20 heures)

Dans la présente unité, les élèves recueilleront, présenteront et analyseront des données. Plus spécifiquement, le programme traite de la planification d'expériences, des questions liées à l'exactitude et à la précision, de la construction de divers types de représentations de données (y compris des diagrammes à boîtes, des histogrammes et des diagrammes de dispersion), du calcul et de l'analyse de diverses statistiques (y compris l'écart-type), des caractéristiques de la courbe de distribution normale et de la droite la mieux ajustée. Tous les concepts et les procédés sont présentés dans des contextes signifiants et de façon à faciliter la formulation de prévisions et la résolution de problèmes.

Il est possible de modifier le programme pour certains élèves en y omettant l'écart-type et la courbe de distribution normale. (Consulter la page 58 pour obtenir des précisions à ce sujet.)

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10^e^ année, l'élève devra pouvoir :

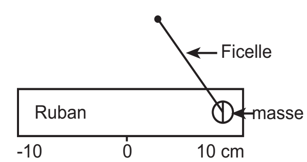
- **A2** **analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;**
- **C3** **recueillir des données, les représenter graphiquement en utilisant les échelles appropriées et faire preuve de sa compréhension des variables indépendante et dépendante ainsi que du domaine et de l'image;**
- **F1** **planifier et réaliser des expériences à l'aide de méthodes statistiques et de l'enquête scientifique; F6 résoudre des problèmes en modélisant des phénomènes réels;**
- **F2** **faire preuve de sa compréhension des difficultés et des questions relatives à la collecte de données;**

Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions

A2/C3 On peut aborder la présente unité en examinant les facteurs qui touchent l'accroissement. Dans toute relation, les facteurs modifiables sont appelés les variables. Les élèves doivent analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de déterminer quelles variables peuvent avoir une incidence sur la variation. Ils doivent faire preuve de leur compréhension des variables indépendante et dépendante.

F1/F6 Pour arriver à comprendre la signification des variables indépendante et dépendante, ils peuvent planifier des expériences et les réaliser afin d'explorer quelles variables ont un effet sur les résultats de l'expérience. Dans le cadre de toute expérience, une multitude de facteurs varient, et ce, de façon indépendante et dépendante. Tous les facteurs doivent être contrôlés à l'exception de ceux que l'on désire mesurer. Les élèves comprendront mieux les méthodes statistiques et l'enquête scientifique en réalisant des expériences. Lorsqu'ils conçoivent leurs propres expériences, il est bon de les inciter à établir un rapport avec une autre matière ou des questions liées à l'actualité ou aux carrières.

Dans le problème portant sur l'horloge de parquet (consulter la page suivante), ils auront à déterminer comment construire un pendule dont la période sera de une seconde. Ils établiront peut-être que certaines variables auront un effet sur la période du pendule, par exemple la masse, la longueur et l'amplitude du mouvement. Ils devront explorer librement ces variables en planifiant et en réalisant leurs propres expériences. Ainsi, ils désireront peut-être déterminer si l'amplitude a un effet sur la période en assignant une amplitude différente (10 cm, 20 cm…, 80 cm) à chaque groupe de la classe, qui devra en vérifier l'effet sur la période. Chaque groupe pourra réaliser son expérience dix fois, puis représenter graphiquement les résultats obtenus, ce qui favorisera une discussion sur la variable principale (indépendante) et celle qui est mesurée (dépendante). Ils devront comprendre que la variable principale correspond à l'amplitude (variable indépendante), alors que la période (variable dépendante) est mesurée afin d'observer si elle varie en fonction de l'amplitude. (L'amplitude et la masse de la masse n'auront aucune incidence sur la période, contrairement à la longueur.)



F2 Lorsque les élèves réalisent des expériences, il est important qu'ils prennent conscience de toutes les variables ayant une incidence sur les résultats ainsi que du degré de variation nécessaire des données pour conclure que la variable examinée a un effet notable sur le résultat de l'expérience. Outre la variation, les éléments dont il faut tenir compte incluent les techniques de mesure, l'erreur et l'exactitude et les types de distribution. Les élèves doivent être en mesure de répondre à des questions telles que les suivantes :

- Si une personne mesure le même événement de façon répétée, les résultats obtenus seront-ils toujours les mêmes? Seront-ils différents?
- Si une variable mesurée est différente, est-ce dû à une erreur de mesure ou à une modification de la variable principale?

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

F1/F6/F2/C3/A2/C10

Performance

1) Problème portant sur une horloge de parquet.
   Mentionner ce qui suit : Je me souviens encore de l'horloge de mon grand-père. J'espère en construire une un jour, que je pourrai aussi contempler.
   Malheureusement, tout ce que je sais sur ce type d'horloge est que le pendule contrôle une roue d'engrenage qui actionne l'aiguille de seconde. La roue dont je dispose a 60 dents. Je suppose que chaque mouvement pendulaire doit faire bouger la roue de un cran et durer une seconde. Comment dois-je construire mon pendule? Demander aux élèves :
   a) de nommer plusieurs variables qui pourraient avoir une incidence sur la période du pendule (une oscillation complète);
   b) de planifier une expérience afin de déterminer si la masse du pendule a un effet sur la période, puis d'indiquer quelles variables doivent être contrôlées;
   c) de réaliser l'expérience, de recueillir des données et de les interpréter, de préciser quelle variable est dépendante et laquelle est indépendante, puis de communiquer leurs résultats.

Performance/exposé/tâche

2) Demander aux élèves de planifier une expérience ou une série d'expériences afin de déterminer la meilleure façon de construire un tremplin de saut à skis de manière à maximiser la longueur du saut. Les inviter à réaliser au moins une expérience et à communiquer leurs résultats.

F6/C3/A2/C10

Interrogation papier-crayon

3) Mentionner que, dans le cadre d'une expérience visant à déterminer s'il existe une relation entre le diamètre d'un ballon circulaire et le temps qu'il prend à retomber sur le sol lorsqu'on le lâche, les données suivantes ont été recueillies :

Bouffées pour remplir le ballon	7	9	3	10	5	8
Diamètre (cm)	18	20	9	22	12	19,2
Durée dans les airs (s)	3,5	4,2	2	4	3,1	3,7

Demander aux élèves :

a) d'organiser les données;
b) de déterminer la variable indépendante et la variable dépendante;
c) de préciser toute valeur dont ils n'ont pu tenir compte dans le domaine ou l'image;
d) de décrire une autre expérience établissant une relation, puis de déterminer la variable dépendante et la variable indépendante.

Ressources suggérées

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10^{e} année, l'élève devra pouvoir :

C10 **décrire des relations de la vie réelle illustrées graphiquement ainsi qu'au moyen de tableaux de valeurs et de descriptions écrites.**

D7 **déterminer l'exactitude et la précision d'une mesure. Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions**

Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions

C10 Les élèves doivent s'exercer à déterminer si des variables sont dépendantes ou indépendantes en utilisant des schémas (par exemple des arbres conceptuels), compte tenu de données présentées dans un tableau ou représentées graphiquement. Par exemple, avant de réaliser l'expérience du pendule, ils supposeront peut-être que la période est fonction de l'amplitude, mais, à la lumière des résultats illustrés dans ce tableau, ils concluront que le degré d'amplitude n'a aucun effet sur la période du pendule et que, par conséquent, l'amplitude n'est pas une variable modifiant le résultat du problème.

amplitude (cm)	10	20	30	40	50	60
période (s)	0,9	0,8	0.9	0,9	0,8	0,8

D7 Lorsqu'ils réalisent des expériences telles que celles qui sont énoncées sur les pages précédentes, les élèves emploient des instruments de mesure, y compris des règles graduées en centimètres et en millimètres, des mètres rigides et des chronomètres. De plus, ils doivent enregistrer les mesures recueillies au cours de chaque expérience. Lorsqu'un instrument est utilisé pour mesurer une quantité, la précision de la valeur obtenue dépend du degré de précision de l'échelle qui y est indiquée. Les réponses obtenues par les élèves ne peuvent être plus précises que la valeur mesurée la moins précise. Par conséquent, lorsqu'ils déterminent, avec une règle graduée en millimètres, qu'une amplitude est de 10 cm exactement, ils doivent inscrire la valeur comme étant 10,00 cm ou 100,0 mm afin d'indiquer la réponse avec le plus de précision possible. En outre, l'exactitude d'une mesure dépend de la capacité de l'élève à utiliser l'instrument (par exemple, le placement de l'instrument et l'angle de lecture). D'autres facteurs tels que la température et l'humidité peuvent aussi avoir une incidence sur le degré d'exactitude. Comme la précision de tous les dispositifs de mesure est limitée, le nombre de chiffres qui expriment une mesure est aussi limité. Ces chiffres sont appelés « chiffres significatifs ». En voici des exemples :

56,0 m – trois chiffres significatifs;
0,0026 kg – deux chiffres significatifs;
0,002060 kg – quatre chiffres significatifs.

Lorsqu'un nombre élevé, par exemple 186 000, est écrit sans virgule décimale, le nombre de chiffres significatifs est incertain; ce peut être trois, quatre, cinq ou six. Il s'agit d'une situation dans laquelle la notation scientifique est importante. L'écriture des grands nombres en notation scientifique permet d'indiquer clairement le nombre de chiffres significatifs qui est approprié dans une situation donnée. Par exemple :

186 000 m $\rightarrow 1{,}860 \times 10^5$ – quatre chiffres significatifs;
$\rightarrow 1{,}86 \times 10^5$ – trois chiffres significatifs.

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

D7

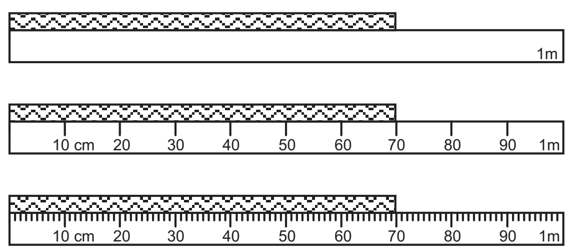
Interrogation papier-crayon

1) Mentionner que Richard a déterminé qu'une mesure est de 76 000 mm. Poser les questions suivantes :
   a) Pourquoi est-il difficile de préciser le nombre de chiffres significatifs?
   b) Comment pourrait-on indiquer clairement le nombre de chiffres significatifs que compte un tel nombre?

2) Mentionner que deux élèves mesurent la même dimension de la table de laboratoire à l'aide d'un mètre rigide. Ajouter que l'un d'eux indique que 84 cm est la mesure la plus précise possible alors que son camarade affirme que c'est 83,78 cm. Demander aux élèves d'expliquer comment cela est possible.

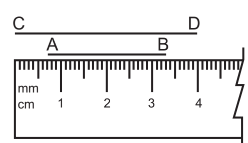
Interrogation papier-crayon, entretien

3) Préciser que trois mètres rigides différents peuvent être utilisés pour établir une mesure. Demander aux élèves d'indiquer la mesure obtenue dans chaque cas. Les inviter à préciser si le nombre de chiffres significatifs est différent et à expliquer pourquoi.



Performance

4) Demander aux élèves :
   a) de déterminer la longueur du segment $\overline{AB}$;
   b) de tracer un segment $\overline{PQ}$ mesurant 1,63 cm;
   c) de déterminer la longueur du segment $\overline{CD}$.



Entretien

5) Demander à l'élève d'expliquer ce qui détermine la précision d'une mesure.

6) L'inviter à donner un exemple d'une mesure :

   a) exacte mais non précise;
   b) précise mais non exacte.

7) Lui demander de préciser en quoi le dernier chiffre diffère des autres chiffres qui composent une mesure.

Ressources suggérées

Cybergéomètre, Key Curriculum Press, 1995 (logiciel)

Bennett, Dan, *Exploring Geometry with the Geometer's Sketchpad*, Key Curriculum Press, 1993

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

D7 déterminer l'exactitude et la précision d'une mesure;

D1 déterminer et appliquer des formules de calcul du périmètre, de l'aire d'une figure à deux et à trois dimensions et du volume. Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions

Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions

D7 Lorsque des opérations sont effectuées sur des nombres représentant des mesures, les résultats ne peuvent pas être plus précis que la valeur la moins précise utilisée dans le calcul. Tel que l'illustre le premier exemple ci-dessous, le résultat d'une addition ou d'une soustraction est exprimé avec la même précision que le nombre le moins précis sur lequel porte l'opération. Le second exemple illustre le fait que le nombre de chiffres significatifs d'un produit ou d'un quotient n'est pas supérieur au nombre de chiffres significatifs du nombre de l'opération qui en compte le moins. (Nota : Ce sont des exemples de « conventions » établies par les partenaires du Canada atlantique en matière de mathématiques et de sciences.)

Addition et soustraction :

$$\left.\begin{array}{r} 24{,}686 \text{ m} \\ 2{,}343 \text{ m} \\ \underline{3{,}21 \ \ \text{m}} \end{array}\right\} \text{ La valeur la moins précise est } 3{,}21 \text{ m}$$

30,239 m → 30,24 m (même précision que le nombre le moins précis)

Multiplication et division :

3,22 cm
<u>2,1 cm</u> → deux chiffres significatifs → plus petit nombre de chiffres significatifs
6,762 cm → le résultat devrait comporter deux chiffres significatifs → soit, 6,8 cm

D1 Les élèves doivent tenir compte de la précision et de l'exactitude lorsqu'ils réalisent des calculs à l'aide des formules de l'aire et du périmètre. Ainsi, dans $A = \frac{bh}{2}$ le « *b* » et le « *h* » ont un degré de précision, mais le « 2 » n'a aucune incidence sur la réponse (il ne s'agit pas d'une donnée mesurée). De plus, il faut encourager les élèves à utiliser la touche pi (p) de la calculatrice, vu qu'ils devraient employer au moins autant de chiffres que leur mesure la moins précise. Le présent résultat d'apprentissage sera abordé de nouveau dans le cadre de l'unité intitulée « Géométrie et emballage ».

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

D7

Interrogation papier-crayon

1) Demander aux élèves d'exprimer chacune des réponses ci-dessous avec le nombre approprié de chiffres significatifs.
   a) 8,7 g + 15,43 g + 19 g = 43,13 g (Réponse : 43 g)
   b) 4,32 cm ´ 1,7 cm = 7,344 cm^2 (Réponse : 7,3 cm^2)
   c) 853,2 L - 627,443 L = 225,757 L (Réponse : 225,8 L)
   d) 38,742 kg ¸ 0,421 = 92,023 75 kg (Réponse : 92,0 kg)
   e) 5,40 m ´ 3,21 m ´ 1,871 m = 32,431 914 m^3 (Réponse : 32,4 m^3)
   f) 5,47 m^3 + 11 m^3 + 87,300 m^3 = 103,770 m^3 (Réponse 104 m^3)

2) Demander aux élèves de :
   a) déterminer l'aire d'un rectangle de 2 mm sur 30 cm;
   b) déterminer le périmètre d'un rectangle de 25 cm sur 2,00 m.

Journal

3) Inviter les élèves à commenter l'énoncé suivant : Lorsque deux valeurs mesurées sont additionnées, la réponse ne peut comporter plus de chiffres significatifs que la valeur mesurée qui en compte le moins.

D7/D1

Portfolio

4) Demander aux élèves de résoudre le problème suivant : Le rayon de la Terre à l'équateur est de 6 378 km. Imaginez qu'un fil rigide recouvre la Terre à l'équateur, celle-ci étant parfaitement uniforme. Supposons que nous augmentons la longueur du fil de 15 m et que nous formions un cercle centré au centre de la Terre. Prévoyez puis calculez la hauteur que le fil atteindra au-dessus de la surface de la Terre. Expliquez votre raisonnement. Indiquez toute information superflue contenue dans le problème, le cas échéant.

Ressources suggérées

Cybergéomètre, Key Curriculum Press, 1995 (logiciel)

Bennett, Dan, *Exploring Geometry with the Geometer's Sketchpad*, Key Curriculum Press, 1993

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

F1 **planifier et réaliser des expériences à l'aide de méthodes statistiques et de l'enquête scientifique;**

F2 **faire preuve de sa compréhension des difficultés et des questions relatives à la collecte de données;**

F4 **calculer diverses statistiques à l'aide d'un outil technologique approprié, analyser et interpréter des représentations de données et décrire des relations;**

F5 **analyser des résumés statistiques, tirer des conclusions et communiquer des résultats au sujet de la distribution des données;**

C17 **résoudre des problèmes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique.**

Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions

F1/F2/F4/F5 Dans le cadre d'expériences telles que celles qui sont énoncées sur les pages précédentes, les élèves doivent souvent prendre des mesures. Lorsqu'il faut déterminer par expérimentation si une variable a une incidence sur la variable dépendante, la même expérience est souvent répétée maintes fois. Les élèves seront peut-être curieux de savoir pourquoi ils obtiennent des résultats « différents » au cours de divers essais. Par exemple, dans l'expérience du pendule, lorsque l'amplitude est de 10 cm et que le pendule est balancé cinq fois, ils obtiendront probablement cinq valeurs différentes pour la période. [Dans les cas où la variable mesurée (dépendante) est différente, ils doivent déterminer si une telle différence est due à une erreur de mesure ou à une modification de la variable principale (indépendante).] Au début, les élèves doivent exprimer le phénomène mesuré par une valeur spécifique. Pour ce faire, il leur faut établir la moyenne des valeurs obtenues au cours de plusieurs essais, puis préciser à quel point ils sont confiants d'utiliser la moyenne pour représenter le phénomène mesuré. On peut discuter aussi de la modification de leur degré de confiance lorsque le nombre d'essais augmente.

F4/F5/C17 Les élèves doivent prendre le temps de discuter de la tendance centrale. Ce sujet a déjà été abordé et il ne faut donc pas le traiter de façon exhaustive. Ils doivent comprendre la différence entre la moyenne, la médiane et le mode et savoir quand les employer. Par exemple, il n'est habituellement pas approprié d'employer la moyenne et la médiane avec des données discrètes (par exemple le nombre de chaque type d'animal que possèdent les élèves d'une classe). Par contre, le calcul du mode convient très bien à de telles données. Toutefois, il arrive que des données discrètes recueillies (p. ex. une lecture de données à intervalles de trois secondes) soient traitées comme des données continues dans le cadre de l'ajustement d'une courbe. Il est bon que les élèves sachent qu'il est possible de trouver la moyenne et la médiane à l'aide d'outils technologiques et qu'ils puissent le faire avec facilité. Par exemple, s'ils font une liste de données sur une calculatrice graphique, ils peuvent facilement trouver les valeurs correspondant à la moyenne et à la médiane.

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

F1/F2/F4/F5/C17

Performance

1) Inviter les élèves à se grouper par trois. Un élève prendra le pouls d'un autre et le troisième notera les résultats. Ils inverseront leurs rôles au cours de l'expérience. Leur demander de planifier et de réaliser une expérience qui leur permettra de déterminer le pouls d'une personne.

2) Inviter les élèves à se grouper par deux afin de réunir des données sur le temps de réaction. L'un d'eux recueillera les données et l'autre les notera. Ils devront inverser leurs rôles et répéter l'expérience. Leur demander de déterminer s'il est possible d'indiquer un intervalle de cinq secondes sur un chronomètre en regardant une autre horloge.

Interrogation papier-crayon

3) Demander aux élèves d'expliquer comment déterminer une mesure reflétant un phénomène lorsqu'une expérience est répétée maintes fois et que différentes valeurs sont enregistrées.

4) Mentionner ce qui suit : On a fait rouler une bille jusqu'au sol le long d'une rampe de 5,0 cm de long. Les élèves ont mesuré la distance parcourue par la bille sur le sol et les données ci-dessous ont été obtenues au cours de maints essais. Demander aux élèves de se servir des mesures données (obtenues à l'aide d'une règle graduée en centimètres) pour répondre à la question suivante : Quelle distance parcourra une bille sur une surface horizontale après avoir quitté la rampe?

   15,4 12,8 16,1 15,3 14,7 13,2 15,1 16,4 13,2 17,1 15,6
   12,8 13,3 14,7 12,8 14,6 15,5

Ressources suggérées

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

F4 **calculer diverses statistiques à l'aide d'un outil technologique approprié, analyser et interpréter des représentations de données et décrire des relations;**

C17 **résoudre des problèmes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**

A2 **analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;**

F3 **construire diverses représentations de données;**

F5 **analyser des résumés statistiques, tirer des conclusions et communiquer des résultats au sujet de la distribution des données. Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions**

Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions

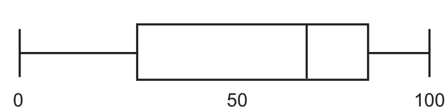
F4/C17 Lorsqu'ils interprètent des diagrammes à boîtes, les élèves ont à déterminer diverses données statistiques, y compris la moyenne, la médiane et le mode, ainsi que les quartiles supérieur et inférieur et les valeurs extrêmes. En outre, la calculatrice doit être utilisée au besoin. Ils doivent savoir comment se servir des outils technologiques de façon adéquate pour faire ces calculs, que ce soit avec une calculatrice scientifique ou graphique ou un logiciel statistique.

A2 Il arrive que les élèves observent des points qui respectent la disposition générale des données tout en étant éloignés des autres points. Dans d'autres occasions, des données sont incompatibles avec la tendance générale. De telles données peuvent être le signe que des erreurs de mesure ont été produites, qu'il faudra corriger, ou qu'il existe un certain facteur qui mérite une attention spéciale. Quelle qu'en soit la cause, les élèves doivent relever et tenter d'expliquer toute donnée inhabituelle, que l'on appelle « donnée extrême ».

F3 Les élèves doivent construire des diagrammes à tiges et à feuilles, des diagrammes à boîtes et des histogrammes pour représenter des données. Toutes ces représentations ont été expliquées au cours des années précédentes dans le cadre du programme de mathématiques pour le Canada atlantique. Il faudra donc vérifier où ils en sont pour établir le degré d'enseignement ou d'aide nécessaire.

F3/C17/A2/F5 Lorsqu'ils construisent des diagrammes à tiges et à feuilles, il se peut qu'il soit nécessaire de leur rappeler de placer les données en ordre et de les aligner verticalement afin d'en faciliter le dénombrement et l'interprétation. Il est bon de les inviter à interpréter des regroupements de données, des données manquantes et l'étalement des données. Une autre façon valable de comparer la distribution des données consiste à construire un diagramme à boîtes. Les élèves doivent non seulement pouvoir le faire à la main, mais aussi à l'aide d'outils technologiques. Ils doivent aussi pouvoir utiliser de tels outils pour interpréter les données du diagramme. Par exemple, la fonction de traçage permet le déplacement du curseur de la valeur extrême inférieure à la valeur extrême supérieure, en passant par les différents quartiles, tout en indiquant les valeurs correspondantes au bas de l'écran. En outre, ils doivent apprendre à interpréter la distribution selon la largeur de la boîte (qui renferme au moins 50 % des données), la position de la médiane et la longueur des segments qui s'étendent jusqu'aux données extrêmes. Supposons, par exemple, que le diagramme ci-dessous illustre les notes obtenues lors de l'épreuve de mathématiques du premier semestre. Que peut-on en conclure au sujet du degré de réussite des élèves de la classe?

1	0
2	
3	08
4	
5	017
6	1255689
7	34799
8	0185



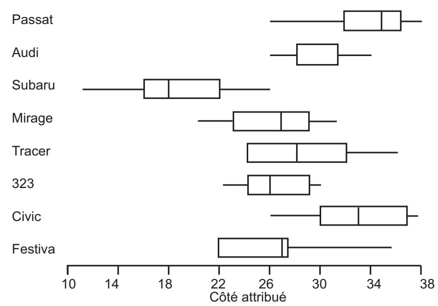
Gestion des données (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

F5/A2

Interrogation papier-crayon

1) Présenter le diagramme suivant illustrant le résultat de l'évaluation du confort que procurent divers types de voiture et de leur apparence, puis inviter les élèves à répondre aux questions suivantes :
   a) Quelle voiture semble avoir obtenu les cotes d'évaluation les plus constantes?
   b) Expliquez la signification de l'emplacement de la médiane dans la boîte correspondant à la Festiva, à la Subaru et à l'Audi.



F5/A2/F3

Performance

2) Mentionner que les données suivantes représentent les scores de Line et de Renée au cours de leurs dix dernières parties de quilles.
   Line : 65, 105, 90, 95, 72, 85, 110, 88, 92, 95;
   Renée : 125, 110, 81, 62, 98, 115, 68, 72, 118, 69.

   Demander aux élèves de représenter ces données graphiquement afin d'aider à justifier :
   a) la participation de Line au sein de leur équipe la saison prochaine;
   b) la participation de Renée au sein de leur équipe à l'occasion des éliminatoires.

F4

3) Mentionner ce qui suit :
   Le premier tournoi de golf annuel est en cours. Chaque élève du cours de mathématiques de l'école gagnante recevra une calculatrice graphique, dont le coût sera assumé par le conseil des élèves de chacune des écoles perdantes. Chaque école a sélectionné cinq joueurs et deux substituts. Deux fois par mois, deux parties de golf sont jouées sur un parcours à dix-huit trous, et ce, du mois de mai au mois de septembre. Chaque équipe est composée de cinq joueurs. Le parcours où se déroule la partie disputée au milieu du mois est choisi au hasard par le directeur de l'école qui a gagné la partie précédente. À la fin du mois de septembre, l'équipe dont le pointage total sera le plus bas sera déclarée championne et les autres écoles fourniront la somme nécessaire à l'achat des calculatrices.

   Au début du mois d'août, les pointages cumulatifs indiquent que l'une ou l'autre des équipes pourrait remporter le tournoi. Toutefois, l'infirmière de votre école vous apprend que votre meilleure golfeuse a de graves problèmes au dos et qu'elle sera incapable de jouer d'ici la fin de la saison. Elle devra donc être remplacée pour le reste du tournoi. Le tableau ci-dessous illustre le pointage obtenu par les deux substituts au cours de leurs vingt dernières parties. (Heureusement, ils sont membres du même club de golf.)

Mathieu	83	75	77	82	95	93	91	101	103	92
	82	72	90	88	85	81	95	97	105	91
Julien	68	89	101	67	107	110	98	89	72	100
	91	69	105	101	65	87	86	92	91	104

   Demander aux élèves d'indiquer quel substitut ils choisiraient pour remplacer l'étoile de l'école pour le reste de la saison. Leur raisonnement devra être appuyé par des arguments et des diagrammes.

Ressources suggérées

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

A2 **analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;**

F3 **construire diverses représentations de données;**

F4 **calculer diverses statistiques à l'aide d'un outil technologique approprié, analyser et interpréter des représentations de données et décrire des relations;**

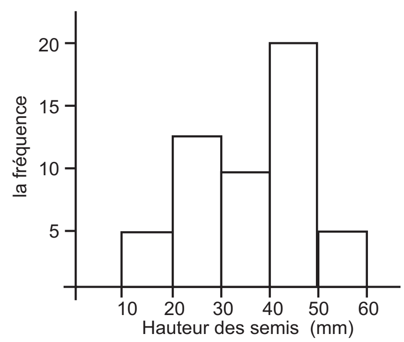
F5 **analyser des résumés statistiques, tirer des conclusions et communiquer des résultats au sujet de la distribution des données;**

C17 **résoudre des problèmes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique.**

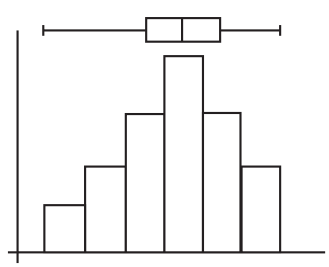
Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions

A2/F3/F4 Les élèves doivent pouvoir expliquer qu'un histogramme est semblable à un diagramme à tiges et à feuilles renversé sur le côté. Les tiges déterminent les intervalles définis le long de l'axe horizontal de l'histogramme, les feuilles représentent les bandes verticales et le nombre de feuilles correspond à la hauteur de chaque bande. Dans un diagramme à tiges et à feuilles, le nombre de données que contient chaque bande et les valeurs sont clairement indiqués.

C17/A2/F3/F4/F5 Les élèves doivent pouvoir construire des histogrammes à l'aide d'outils technologiques. Ils doivent comprendre que chaque bande renferme un ensemble continu de données comportant une limite inférieure et supérieure. La différence entre ces deux valeurs extrêmes définit l'intervalle de classe. Ainsi, l'axe horizontal de l'histogramme illustré à droite est établi en dizaines de millimètres. La première bande inclut toutes les mesures supérieures ou égales à 10 mm et inférieures à 20 mm. C'est ce qu'on appelle un intervalle de 10. L'axe vertical représente la fréquence.



C17/F3/F5 Les élèves désireront peut-être superposer des diagrammes à boîtes et des histogrammes à l'aide d'outils technologiques afin de faciliter l'interprétation de la distribution. Par exemple, en prolongeant les lignes des quartiles, il pourront facilement observer où se trouvent 50 % des données dans l'histogramme.



De plus, en prolongeant la ligne médiane du diagramme à boîtes, ils seront en mesure d'indiquer l'emplacement de la médiane dans l'histogramme. On peut leur demander d'interpréter un histogramme illustrant les résultats d'une expérience, puis les inviter à présenter ces résultats dans un diagramme à boîtes. Ils devront déterminer où se trouvent, dans l'histogramme, 50 % des données et la médiane, puis prolonger les segments jusqu'aux données extrêmes.

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

F3/A2/F4/F5/C17

Performance

1) Mentionner que, dans le cadre d'une étude sur la longévité d'une race spécifique de chats, des biologistes ont noté la durée de vie de 30 chats. Préciser que le tableau ci-dessous illustre les résultats obtenus.

Durée de vie des chats (exprimée en années)									
12,9	13,2	14,1	13,9	12,8	13,1	13,1	13,2	13,6	13,0
13,4	13,6	12,9	13,3	11,8	12,8	14,6	12,8	10,4	14,8
11,5	13,5	13,6	12,9	9,6	14,5	13,5	13,8	14,4	13,3

a) Demander aux élèves de présenter ces données dans un diagramme à tiges et à feuilles et dans un histogramme. Les inviter à expliquer quelle représentation est la plus utile pour déterminer la durée de vie médiane d'un chat. Poser les questions suivantes : En quoi les diagrammes sont-ils semblables? En quoi diffèrent-ils?

b) Les inviter à construire un diagramme à boîtes en se servant de l'échelle horizontale de leurs histogrammes, puis à consulter les deux diagrammes pour répondre à la question suivante : Dans quelle mesure peut-on s'attendre à ce qu'un chat vive 14 ans? 13,8 ans? Ils devront expliquer leurs réponses.

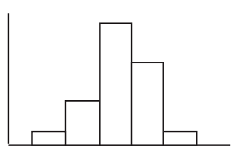
2) Mentionner que la durée de vie (exprimée en années) de 30 piles de marque A et de 30 piles de marque B est illustrée dans les tableaux ci-dessous. Inviter les élèves à répondre aux questions suivantes :

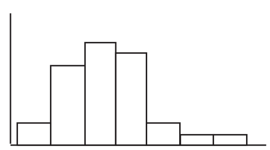
a) Quelle marque de piles est la plus fiable?

Durée de vie de 30 piles de marque A				
5,1	7,3	6,9	4,7	4,6
6,2	6,4	5,5	4,9	6,9
6,0	4,8	4,1	5,3	8,1
6,3	7,5	5,0	5,7	9,3
3,8	3,1	4,3	5,9	6,6
5,8	5,0	6,1	4,6	5,7

Durée de vie de 30 piles de marque B				
5,4	6,3	5,0	5,9	5,6
4,7	6,0	3,3	6,6	6,0
5,0	6,5	5,8	5,4	4,9
5,7	6,8	5,6	4,9	6,0
4,9	5,7	6,2	7,5	5,8
6,8	5,9	5,3	5,6	5,9

b) Mentionner que l'un des histogrammes ci-dessous représente la durée de vie de 30 piles de marque A et l'autre, de 30 piles de marque B (où $2 \leq X \leq 11$ et $0 \leq y \leq 16$.) Demander aux élèves de construire un histogramme représentant la durée de vie des piles de l'une ou l'autre marque en fonction des valeurs données pour x et y et les inviter à indiquer l'histogramme correspondant.

i) 

ii) 

Leur préciser que chaque intervalle (Xscl) doit être de 1 unité.

c) Leur demander de nommer la médiane du premier histogramme illustré et d'expliquer ce que cette valeur indique au sujet des piles.

d) Mentionner qu'une pile neuve a duré 3,4 heures. Leur demander de préciser dans quelle mesure on peut s'attendre à ce que ce soit une pile de marque A, de marque B, puis de ni l'une ni l'autre de ces marques. Les inviter à expliquer leurs réponses.

Suggested Resources

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

F4 **calculer diverses statistiques à l'aide d'un outil technologique approprié, analyser et interpréter des représentations de données et décrire des relations;**

F5 **analyser des résumés statistiques, tirer des conclusions et communiquer des résultats au sujet de la distribution des données;**

F13 **calculer et appliquer la moyenne et l'écart-type à l'aide d'un outil technologique afin de déterminer si une variation a une incidence;**

A2 **analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique.**

Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions

F4/F5 Les élèves doivent pouvoir répondre à des questions telles que les suivantes :

- Si une personne mesure le même événement de façon répétée, obtiendra-t-elle toujours le même résultat?
- Si la mesure d'un événement varie, est-ce dû à une incertitude relative à la mesure ou à une modification quelconque d'une variable?

Afin de pouvoir répondre à ces questions, ils doivent réaliser des expériences, mettre leurs données en commun, construire des histogrammes, des diagrammes à boîtes et des diagrammes à tiges et à feuilles, puis examiner la distribution des données.

F4/F5/A2

❒ Réaliser l'expérience suivante afin d'établir le degré d'exactitude avec lequel les gens peuvent chronométrer des événements. Un élève observe l'aiguille de seconde de l'horloge placée au mur et, sans regarder son chronomètre, il l'arrête après cinq secondes (en fixant uniquement l'horloge). Faire un grand nombre d'essais (avec différents élèves) et réunir les données. Les élèves devront les représenter dans un histogramme et un diagramme à tiges et à feuilles. Ils pourront ensuite établir des ressemblances et des différences entre les deux représentations relativement à l'information qu'ils fournissent sur la distribution des données.

Dans le cadre de l'étude de la distribution des données, les élèves doivent comprendre que les résultats obtenus au cours d'une expérience en rapport avec une variable diffèrent souvent des résultats escomptés.

❒ Demander aux élèves de préciser si l'intervalle mesuré au cours de l'expérience ci-dessus était le même chaque fois. Les inviter à expliquer pourquoi les mesures variaient, le cas échéant. Poser les questions suivantes : Des différences sont-elles dues à un problème lié à l'horloge murale ou à des fluctuations de la mesure? Quel écart entre le résultat obtenu et le résultat escompté est jugé raisonnable avant de conclure qu'une variable influe sur les résultats?

F4/F5/F13/A2 Les élèves savent déjà que la moyenne n'est pas une donnée suffisante pour décrire de façon efficace un ensemble de données. Ainsi, la description des données doit comporter de l'information sur la façon dont celles-ci sont réparties. Pour comprendre la dispersion des données, il faut connaître leur étendue et avoir une idée de la variation. Les élèves doivent apprendre que l'écart-type est une façon de mesurer la variation. Il permet d'expliquer le degré d'éloignement de chaque donnée comparativement à la moyenne. Lorsque la plupart des données sont regroupées autour de la moyenne, la variation est faible et l'écart-type est peu élevé. Toutefois, dans les cas où les données sont plus dispersées, la variation est plus grande, ce qui occasionne un écart-type plus élevé. Les élèves doivent d'abord apprendre à calculer l'écart-type afin de bien comprendre comment cette valeur est déterminée. Toutefois, ils devront rapidement se servir des outils

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

F13/A2/F4/F5

Performance

1) Mentionner que, en 1798, un scientifique anglais, Henry Cavendish, a mesuré de façon répétée la densité de la terre dans le cadre d'une expérience minutieuse comportant l'usage d'une balance de torsion. Présenter les 23 valeurs (la densité de la terre relativement à celle de l'eau) qu'il a obtenues à l'aide du même instrument. (Source : S. M. Stigler, *Do robust estimators work with real data?* Annals of Statistics 5, 1977, p. 1055 à 1078)

5,36	5,62	5,27	5,46	5,53	5,57
5,29	5,29	5,39	5,30	5,10	5,79
5,58	5,44	5,42	5,75	5,34	5,63
5,65	5,34	5,47	5,68	5,85	

Demander aux élèves :

a) de présenter ces données dans un histogramme;
b) de décrire la distribution.

2) Mentionner qu'un chercheur dans le domaine des pêches a recueilli les données suivantes sur la longueur (en millimètres) de poissons rouges d'étang âgés de six ans :

217	230	220	221	225	223
219	217	225	228	234	222
231	222	220	222	222	223
225	214	221	233	227	234
223	225	253	220	213	224
235	283	210	218	235	231

Donner les consignes suivantes :

a) Présentez ces données dans un histogramme à l'aide d'un outil technologique.
b) Décrivez la distribution.
c) Remplacez les valeurs 253 et 283 par 203 et 207 respectivement, puis expliquez l'incidence de ces modifications sur la distribution.
d) Supposons que ces valeurs correspondent à des poissons provenant tous du même étang. Précisez dans quelle mesure vous pouvez vous attendre à ce qu'un poisson rouge de chacune des tailles ci-dessous provienne de cet étang. Expliquez vos réponses.
i) 205 mm ii) 215 mm iii) 225 mm iv) 235 mm

Journal

3) Demander aux élèves de présenter les données des questions n^{os} 1 et 2 ci-dessus (en tenant compte des corrections) dans des diagrammes à boîtes. Ils devront préciser, à l'aide de ces diagrammes, entre quelles valeurs se trouve la moitié centrale des données. Les inviter à rédiger un bref texte au sujet de leurs constatations concernant chaque distribution.

Ressources suggérées

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

F4 **calculer diverses statistiques à l'aide d'un outil technologique approprié, analyser et interpréter des représentations de données et décrire des relations;**

F5 **analyser des résumés statistiques, tirer des conclusions et communiquer des résultats au sujet de la distribution des données;**

F13 **calculer et appliquer la moyenne et l'écart-type à l'aide d'un outil technologique afin de déterminer si une variation a une incidence;**

A2 **analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique.**

Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions

F4/F5/F13/A2 (continuée)
technologiques pour trouver l'écart-type de tout ensemble de données. Une fois l'écart-type obtenu, l'accent sera mis sur son interprétation et son application.

F4 Nota : Certaines calculatrices offrent différentes possibilités dans le cadre du calcul de l'écart-type. Au moment de l'organisation de la variance, s^2, certaines divisent par n - 1 et d'autres par n, où n représente le nombre d'observations. La différence entre ces deux façons de procéder est minime, à moins que le nombre de valeurs observées soit très petit. Il est bon d'inciter les élèves à employer un grand nombre de données afin que n soit valable. Sur les calculatrices, les résumés statistiques comprennent souvent la médiane, la moyenne, l'écart-type, les valeurs extrêmes et les quartiles.

Le programme de base comprend l'étude de l'écart-type et de la courbe de distribution normale et de leurs rôles pour établir le caractère significatif des variations des données (RAA F13, F12 et D9). Toutefois, ces résultats d'apprentissage peuvent être omis à des fins de modification du programme pour certains élèves, l'étude de la distribution des données se limitant alors à l'analyse des diagrammes à boîtes, des diagrammes à tiges et à feuilles et des histogrammes.

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

Ressources suggérées

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

F5 **analyser des résumés statistiques, tirer des conclusions et communiquer des résultats au sujet de la distribution des données;**

A2 **analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;**

F12 **explorer des questions ayant trait aux mesures à l'aide de la courbe de distribution normale;**

D9 **déterminer si des différences observées entre des mesures prises de façon répétée sont significatives ou accidentelles;**

F13 **calculer et appliquer la moyenne et l'écart-type à l'aide d'un outil technologique afin de déterminer si une variation a une incidence;**

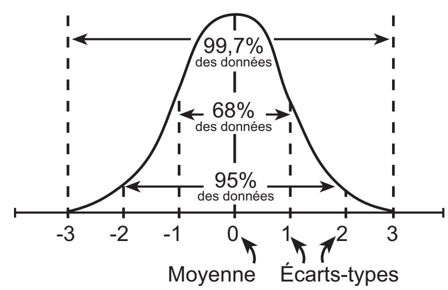
F2 **faire preuve de sa compréhension des difficultés et des questions relatives à la collecte de données.**

Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions

F5 À mesure que les élèves poursuivent l'étude de la distribution des données, ils comprennent que tout phénomène aléatoire tend vers une distribution normale s'il est décrit à l'aide d'un grand nombre d'essais indépendants.

F5/A2 S'ils répètent une expérience contrôlée à maintes reprises, qu'ils mettent leurs données en commun et qu'ils construisent des histogrammes progressifs, ils observeront que le graphique prend de plus en plus la forme d'une cloche lorsque le nombre de données augmente. Ils en viendront à comprendre que, lorsque des valeurs sont obtenues au cours d'essais répétés et qu'elles sont influencées par des facteurs accidentels ou aléatoires uniquement, elles forment une distribution en forme de cloche présentant les caractéristiques d'une distribution normale.

F12 Les élèves doivent observer que la section centrale d'une courbe de distribution normale est concave vers le bas alors que les extrémités sont concaves vers le haut. Ils découvriront que la section centrale inclut environ 68 % des données, qu'elle est située dans la partie concave vers le bas de la courbe et à l'intérieur d'un écart-type de la moyenne. Ils doivent aussi comprendre que, dans une situation « normale », 95 % des données devraient se situer à l'intérieur de deux écarts-types de la moyenne.



F12/D9/F13/A2/F5/F2 Dans le cadre de l'étude de la distribution des données, les élèves doivent comprendre que les résultats obtenus au cours d'une expérience en rapport avec une variable diffèrent souvent des résultats escomptés. Étant donné que 95 % des données sont à l'intérieur de deux écarts-types de la moyenne, toute donnée qui se situe à l'extérieur de cette limite est souvent considérée comme suspecte. Ainsi, de telles valeurs ne se produisent que 5 % du temps (2 ½ % au-dessus et 2 ½ % au-dessous de la moyenne). Par conséquent, il se peut qu'une telle valeur extrême ne soit pas aléatoire et qu'une autre variable quelconque ait une incidence sur le résultat de l'expérience. Ils doivent aussi comprendre que l'aire située sous la courbe en forme de cloche est associée aux probabilités et que ces dernières peuvent être mesurées au moyen de l'écart-type. Au moment de communiquer les résultats de leurs expériences, les élèves auront avantage à faire des exposés devant la classe ou à produire des rapports écrits. Leur démarche sera la suivante :

- préciser le type d'expérience;
- énoncer les variables et relever toute préoccupation, erreur ou question concernant la collecte des données;
- décrire le mode de collecte des données et relever les sources d'erreurs possibles;
- calculer les valeurs statistiques appropriées, y compris le nombre total de données, la moyenne, l'étendue et l'écart-type;
- construire des tableaux et des diagrammes afin de faciliter l'interprétation et la présentation des données.

Consulter la note au bas de la page 58 concernant une modification possible du programme.

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

F5/A2/F12/D9/F13/F2

Activité

1) Mentionner ce qui suit : Afin de déterminer si l'amplitude a un effet ou non sur la période d'un pendule, des élèves ont mesuré la période d'un pendule de 1 m en fonction de diverses amplitudes. Chaque groupe a répété son expérience fondée sur une amplitude donnée et un pendule de 1 m. Une fois les résultats notés, les élèves ont été surpris de constater qu'ils ont obtenu différentes mesures, et ce, même s'ils refaisaient toujours la même expérience. Ils ont donc décidé de refaire l'expérience en contrôlant l'amplitude, la longueur du pendule et la masse de la masse. Ils souhaitent examiner les variations de la période.
   a) Chaque groupe de deux élèves recueille dix mesures de la période.
   b) Chaque groupe joint ses données à celles d'un autre groupe et, ensemble, ils construisent un histogramme.
   c) Des polygones de fréquences sont tracés en joignant les milieux des côtés supérieurs des rectangles consécutifs.
   d) Les élèves estiment l'aire comprise entre le polygone de fréquences et l'axe horizontal.
   e) Les valeurs correspondant à la moyenne et à l'écart-type sont ajoutées à l'histogramme.
   f) Les élèves estiment l'aire délimitée par les deux premiers écarts-types, le polygone de fréquences et l'axe horizontal, puis ils l'expriment sous forme de pourcentage de l'aire totale.
   g) Ils refont les étapes b) à f) avec des ensembles de données plus grands, en mettant en commun les données recueillis par deux groupes, quatre groupes et, finalement, par toute la classe.
   h) Ils placent ensuite la courbe de distribution normale sur une grille et ils estiment l'aire comprise à l'intérieur de un écart-type de la moyenne.
   i) Ils notent leurs constatations par écrit.

Performance

2) Problème portant sur une ferme forestière.
   Mentionner ce qui suit : Afin de fixer le prix de vente de ses sapins, Daniel, le propriétaire d'une ferme forestière, désire connaître la hauteur typique d'un arbre de cinq ans. Il recueille les valeurs suivantes (exprimées en cm) dans un champ planté d'arbres de cinq ans.

39	45	14	36	23	36	12	32	25	35
46	10	49	31	34	12	61	92	51	26
24	45	57	41	42	56	50	33	77	32
32	22	21	31	45	8	38	15	57	20
43	60	48	28	33	55	55	56	42	65

   a) Demander aux élèves de trouver une valeur unique représentant la hauteur typique d'un sapin de cinq ans dans ce champ.
   b) Les inviter à préciser à quel point ils sont confiants que l'arbre mesurant 92 cm a été mesuré de façon adéquate. Que pensent-ils de l'arbre de 8 cm de haut? de celui qui mesure 77 cm?
   c) Les inviter à remplacer la valeur « 92 » par « 50 » dans le tableau ci-dessus et à répondre à nouveau aux questions a) et b).

Ressources suggérées

For all Practical Purposes, 4e édition, p. 192, Solomon Garfunkel, Consortium for Mathematics and its Applications (COMAP), WH Freeman and Company

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C4 **créer et analyser des diagrammes de dispersion à l'aide d'un outil technologique approprié;**

C3 **recueillir des données, les représenter graphiquement en utilisant les échelles appropriées et faire preuve de sa compréhension des variables indépendante et dépendante ainsi que du domaine et de l'image;**

C5 **tracer des graphiques en se fondant sur des énoncés, des tableaux et des données recueillies;**

F3 **construire diverses représentations de données;**

C9 **construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;**

A2 **analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;**

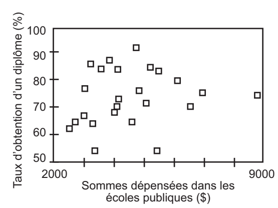
F10 **se servir de l'interpolation, de l'extrapolation et des équations pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.**

Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions

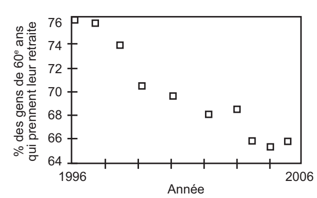
C4/C3/C5/F3/C9/A2/F10 La réalisation de représentations graphiques en fonction de descriptions écrites est expliqué en détail dans l'unité 4 du présent guide. Dans la présente unité, les élèves feront des expériences pour recueillir des données ou ils se serviront de données secondaires. Après les avoir organisées sous forme de tableau et avoir déterminé quel ensemble est composé des données indépendantes et lequel contient les données dépendantes, ils les représenteront graphiquement, en prenant soin de bien choisir l'échelle. Il faut les amener à comprendre que les données indépendantes sont les données principales, soit celles que l'on modifie, alors que les données dépendantes sont celles qui réagissent à ces modifications.

En général, les élèves examineront les données représentées graphiquement afin de relever toute régularité ou tendance et pouvoir ainsi prévoir des réponses et résoudre des problèmes.

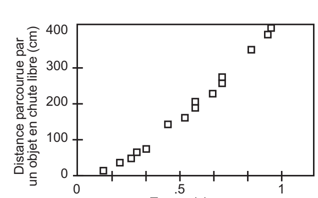
Il arrive qu'aucune tendance ne ressorte des données, tel qu'illustré dans le diagramme ci-dessous, qui représente le taux d'obtention d'un diplôme dans une province comparativement aux sommes dépensées en éducation (provenant de toutes les sources) pour chaque élève.



Les données présentent parfois une régularité passablement linéaire et les élèves sont alors peut-être en mesure de discuter de la tendance que semble indiquer une telle linéarité. Ainsi, dans l'exemple ci-dessous, ils pourront prévoir qu'environ 64 % des gens de 60 ans prendront leur retraite en 2006.



F10 Il se peut qu'il ne soit pas facile pour les élèves de déterminer si des données sont linéaires ou non. Toutefois, ils doivent tout de même pouvoir interpoler pour prévoir des réponses, en disant, par exemple, qu'un objet en chute libre parcourt environ 100 cm en 0,45 seconde.



Gestion des données (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C5/C3/F3/C9/A2

Interrogation papier-crayon, performance

1) a) Demander aux élèves de faire une représentation graphique acceptable illustrant :
   - i) la quantité d'eau qu'il reste dans un bain en fonction du temps écoulé depuis que le bouchon a été enlevé (exprimé en secondes);
   - ii) la température de l'eau qui s'écoule d'un robinet d'eau chaude en fonction du temps depuis que le robinet a été ouvert;
   - iii) le nombre de contenants à boisson recueillis en fonction du nombre de dollars remboursés;
   - iv) le volume d'un ballon (complètement soufflé) en fonction du temps écoulé depuis qu'on l'a lâché.

   b) Les inviter à expliquer, dans chaque cas, comment ils ont déterminé la variable dépendante et la variable indépendante.

C4/C3/C5/F3/C9/A2/F10

2) Problème portant sur la croissance d'un arbre

Demander aux élèves d'expliquer comment ils peuvent prévoir le diamètre d'un arbre en fonction de son âge. Préciser que les données ci-dessous ont été recueillies en mesurant des marronniers poussant dans un sol relativement pauvre.

Âge (années)	Diamètre (cm)	Âge (années)	Diamètre (cm)
4	2,03	23	11,94
5	2,03	25	16,51
8	2,54	28	15,24
8	5,08	29	11,43
8	7,62	30	15,24
10	5,08	30	17,78
10	8,89	33	20,32
12	12,45	34	16,51
13	8,89	35	17,78
14	6,35	38	12,70
16	11,43	38	17,78
18	11,68	40	19,05
20	13,97	42	19,05
22	14,73		

Poser les questions suivantes :

- a) Selon vous, quel serait le diamètre d'un arbre de 32 ans poussant à cet endroit?
- b) À quel point votre estimation vous semble-t-elle fiable? Donnez des explications.
- c) Parlez des données extrêmes parmi ces données.
- d) Tracez la courbe ou la droite la mieux ajustée pour ces données.
- e) Servez-vous de ce tracé pour répondre à la question a), puis à la question b).

Ressources suggérées

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C15 **élaborer et appliquer des stratégies de résolution de problèmes;**

C32 **déterminer si une relation est linéaire en représentant graphiquement les données correspondant à une situation;**

C17 **résoudre des problèmes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**

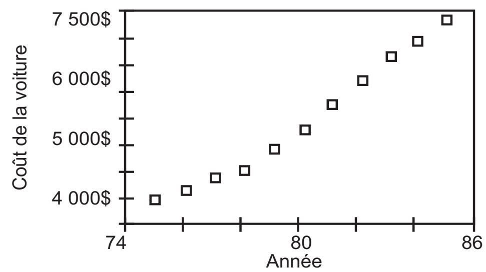
F7 **explorer des données non linéaires au moyen de la régression polynomiale et exponentielle afin de déterminer la courbe la mieux ajustée;**

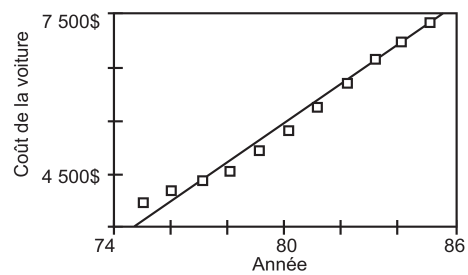
F8 **déterminer et appliquer la droite la mieux ajustée au moyen de la méthode des moindres carrés et de la méthode des médianes, avec et sans l'aide d'un outil technologique, et expliquer les différences entre les deux méthodes;**

F10 **se servir de l'interpolation, de l'extrapolation et des équations pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.**

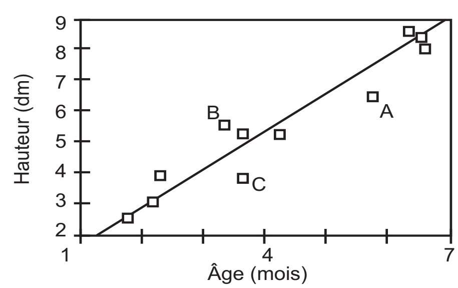
Explications détaillées – Stratégies d'enseignement et suggestions

C15/C32/C17/F7/F8/F10 Lorsque les élèves estiment qu'une tendance se dégage des données, il se peut qu'ils désirent tracer la droite la mieux ajustée, qui est un modèle mathématique de celles-ci. Cette droite facilite l'interpolation et l'extrapolation. Par exemple, étant donné le diagramme de dispersion illustrant le coût à la hausse d'un type spécifique de voiture entre 1974 et 1986, ils affirmeront peut-être que cette régularité semble linéaire et ils tenteront de tracer la droite la mieux ajustée. Avant de le faire, ils pourront reproduire la droite la mieux ajustée avec un spaghetti non cuit (ou tout autre objet droit). Certains le placeront à divers endroits jusqu'à ce qu'ils estiment que la droite la mieux ajustée est bien représentée. D'autres le placeront peut-être différemment. Une telle variation justifie la nécessité de disposer d'une meilleure méthode. Les élèves devront discuter des raisons pour lesquelles leurs droites les mieux ajustées sont différentes. En suivant le long du spaghetti, ils peuvent tracer leurs droites, et en prolongeant celles-ci, ils seront en mesure de prévoir le coût approximatif de la voiture en 1986, soit 7 800 $.





Les élèves doivent se servir d'outils technologiques pour construire des diagrammes de dispersion et y tracer la droite la mieux ajustée. Ils peuvent tracer la droite la mieux ajustée et construire un diagramme de dispersion pour prévoir des réponses. Ils peuvent aussi examiner des courbes représentatives de la régression polynomiale, exponentielle et quadratique. Nota : À ce stade, la régression n'est employée que de façon préliminaire. Il en sera question de façon plus approfondie dans le cadre de l'unité portant sur la modélisation, ce qui aidera les élèves à comprendre le procédé de régression.



Il arrive qu'un diagramme de dispersion n'illustre pas une forte relation et qu'il soit difficile de tracer la droite la mieux ajustée. Les élèves devront discuter de points tels que les points A, B et C (illustrés dans le diagramme ci-dessus) et déterminer s'il s'agit de données extrêmes ou non.

Gestion des données (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C15/C32/F10

Interrogation papier-crayon

1) Mentionner que les températures suivantes ont été enregistrées à Halifax, à diverses altitudes.

Altitude (m)	0	300	1 500	3 000	4 500	6 000	9 000	10 826
Température (°C)	15	13	5	-5	-15	-26	-44	-56

Donner les consignes suivantes :

a) Présentez ces données dans un diagramme de dispersion.
b) Déterminez l'équation de la droite la mieux ajustée.
c) Prévoyez la température à l'endroit où se trouve un pilote de montgolfière qui vole à 3 800 m d'altitude. (Précisez les hypothèses que vous avez faites.)
d) Interprétez le taux de variation de la température à mesure que l'altitude augmente.

C15/C32/F10/F7/F8/C17

Interrogation papier-crayon, portfolio/projet

2) Mentionner que le nombre de stridulations à la seconde du grillon est lié à la température de l'air ambiant.

Température (°C)	15	17	16	18	15	16	16	15	14	16	16
Stridulations à la seconde	20	27	22	30	19	21	20	24	22	24	25

Donner les consignes suivantes :

a) Construisez un diagramme de dispersion et tracez la droite la mieux ajustée.
b) Indiquez à quelle température le grillon cesse son sifflement. (Précisez les hypothèses que vous avez faites.)

3) Inviter les élèves à communiquer avec un agent immobilier de la région afin de recueillir de l'information en vue de déterminer si le prix de vente d'une maison est lié à la surface habitable. (Ils peuvent aussi examiner le nombre de pièces par rapport au prix de vente, etc.)

4) Mentionner que des données recueillies près de Hanford, dans l'État de Washington, établissent un lien entre le taux de mortalité par cancer et un indice d'exposition à un contaminant radioactif qui s'est écoulé d'une centrale nucléaire au cours de plusieurs années.

Indice d'exposition	2,5	2,6	3,4	1,3	1,6	3,8	11,6	6,4	8,3
Taux de mortalité (pour 100 000 hab.)	147	130	130	114	138	162	208	178	210

a) Demander aux élèves de trouver l'équation de la droite la mieux ajustée à l'aide de la régression linéaire sur une calculatrice graphique.

b) Leur demander de préciser s'il s'agit d'un modèle valable. Ils devront rédiger plusieurs phrases pour appuyer leurs réponses. Animer une discussion afin d'interpréter la signification du taux de mortalité par rapport à l'indice d'exposition.

Ressources suggérées

Unité 2
Réseaux et matrices
(de 10 à 15 heures)

Dans la présente unité, les élèves résoudront des problèmes en représentant des situations au moyen de graphes orientés ou non et de matrices. L'élaboration et l'application de procédés de multiplication des matrices (avec et sans l'aide d'outils technologiques) feront partie intégrante de la démarche. (Nota : Aucune modification du programme n'est suggérée dans le cadre de la présente unité.)

Réseaux et matrices (de 10 à 15 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

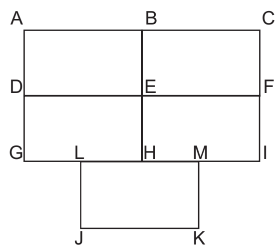
C7 **représenter des situations concrètes sous forme de réseaux et de matrices;**

C15 **élaborer et appliquer des stratégies de résolution de problèmes;**

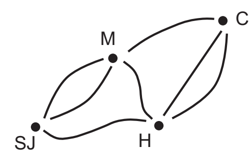
E6 **représenter des problèmes portant sur des réseaux sous forme de graphes orientés.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

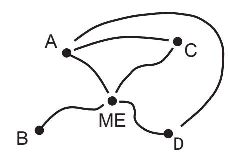
C7 Un réseau est un groupe de personnes, d'endroits, d'objets ou d'idées reliés d'une façon quelconque. Dans notre corps, par exemple, le sang circule dans un réseau de veines et d'artères. Les gens et les marchandises voyagent vers de nombreuses destinations par train ou par avion et leurs routes forment un réseau. Les représentations de ces réseaux sont parfois appelées des graphes ou des graphes orientés. (Les graphes orientés ont une caractéristique additionnelle, soit celle de fournir de l'information sur la direction.) Voici des exemples de réseaux :



Rue du centre-ville



Routes aériennes

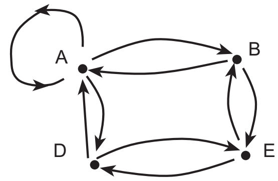


Amitiés directes

Les arêtes et les sommets sont les deux éléments essentiels d'un réseau. Les sommets sont les points d'intersection des segments ou arêtes du réseau. Les sommets pairs et impairs sont respectivement ceux où se rencontrent un nombre pair et impair d'arêtes.

Les élèves doivent explorer les réseaux en rapport avec leur efficience. Ainsi, ils peuvent examiner s'il est possible d'emprunter une seule fois chacune des arêtes. (Nota : Un réseau présentant cette caractéristique est dit eulérien.) Est-il possible de passer une seule fois par chaque sommet? Quel rapport peut-on établir avec les sommets pairs et impairs?

C7/C15/E6 Les élèves doivent pouvoir transposer une situation donnée en une représentation graphique et inversement. Par exemple, on peut leur demander de tracer un réseau représentant l'itinéraire d'un chasse-neige, compte tenu du réseau routier illustré ci-dessus. Ils devront tenir compte du fait que l'engin devra emprunter chaque rue deux fois, la neige étant repoussée chaque côté de la voie. Leurs graphes pourront ressembler à celui qui est illustré ci-dessous, soit ABED. Dans cet exemple, le chasse-neige commence son trajet au point A, il passe par les points B, E, D et A, il tourne autour du point A et il passe par les points D, E, B et A.



On peut aussi leur demander de décrire les situations illustrées dans les graphes des routes aériennes et des amitiés directes reproduits ci-dessus.

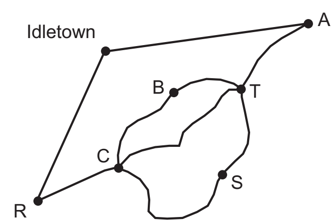
Réseaux et matrices (de 10 à 15 heures)

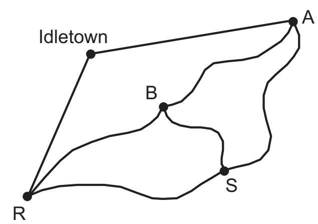
Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C7/C15

Interrogation papier-crayon

1) Mentionner que le facteur, qui demeure à Idletown, distribue le courrier sur chacune des routes illustrées ci-dessous. Demander aux élèves de déterminer si, en partant de son domicile, il peut distribuer le courrier et retourner chez lui sans emprunter deux fois la même route. Les inviter à expliquer leurs réponses.





C7/C15

Performance

2) Mentionner que quatre villes sont situées de telle sorte que les routes qui les relient forment un quadrilatère. Ajouter qu'une cinquième ville est située à l'intersection des deux diagonales du quadrilatère. Demander aux élèves :
   a) de tracer un graphe;
   b) de déterminer si un chasse-neige peut déblayer les deux côtés de toutes les routes sans passer deux fois par une section déjà déneigée;
   c) de créer un nouveau réseau (comportant au moins quatre villes) tel que le chasse-neige puisse déblayer chaque route, un côté à la fois et sans repasser par une section déjà déneigée, puis finir dans la ville où le déneigement a débuté.

Ressources suggérées

Mathematical Investigation, 2e livre, The Mail Carrier Problem, Dale Seymour Publication, 1990

Mathematics Teacher, From Graphs to Matrices, NCTM, février 1990

Réseaux et matrices (de 10 à 15 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C7 **représenter des situations concrètes sous forme de réseaux et de matrices;**

C37 **représenter des problèmes portant sur des réseaux à l'aide de matrices et vice versa;**

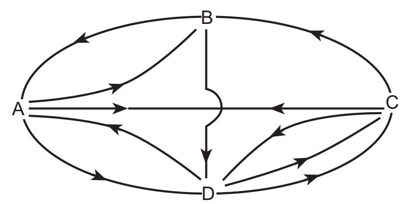
E6 **représenter des problèmes portant sur des réseaux sous forme de graphes orientés;**

C15 **élaborer et appliquer des stratégies de résolution de problèmes.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C7/C37/E6/C15 Les réseaux de transport constituent une riche source de situations qui se prêtent bien à l'analyse graphique. On peut aussi représenter ces réseaux sous forme de matrices. Les opérations sur des matrices produisent d'autres matrices. Les matrices qui en résultent peuvent être interprétées en rapport avec la ou les situations données.

Examiner, par exemple, un réseau de transport reliant quatre villes, A, B, C et D. Les parcours directs sont représentés par des flèches.



Il est possible de présenter cette information dans une matrice, R, de la façon indiquée ci-après. (Nota : La matrice représente les itinéraires en partant des villes indiquées sur les lignes vers les villes inscrites au-dessus des colonnes.)

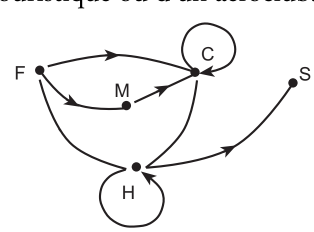
$$R = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Les chiffres 0, 1 et 2 représentent respectivement l'absence de route directe, une route directe et deux routes directes (par exemple le parcours de D à C sur le schéma). La matrice comporte quatre lignes (horizontales) et quatre colonnes (verticales). Chaque élément de la matrice peut être déterminé selon son emplacement (ligne, colonne). Donc, l'élément (4, 3) est 2.

Les élèves doivent représenter les graphes simples et les graphes orientés au moyen de matrices. (Nota : Dans un graphe orienté, des flèches sont ajoutées pour indiquer la direction.)

Par exemple, si, dans l'horaire d'un transporteur aérien régional, « 0 » indique l'absence de liaison aérienne et « 1 », un aller simple, le réseau pourrait être représenté au moyen d'un graphe orienté et ce graphe orienté, au moyen d'une matrice. (Nota : L'absence de flèches de direction sur le graphe orienté signifie que les deux directions sont possibles.) De plus, un trajet circulaire revenant au point de départ peut indiquer un vol revenant au même aéroport, par exemple dans le cas d'une petite entreprise touristique ou d'un aéroclub.)

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} C & H & F & M & S \end{array} \\ \begin{array}{c} C \\ H \\ F \\ M \\ S \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$



Il faut donner aux élèves l'occasion de s'exercer à passer d'une représentation à une autre, que ce soit une description écrite d'une situation, une représentation graphique d'un réseau ou une matrice.

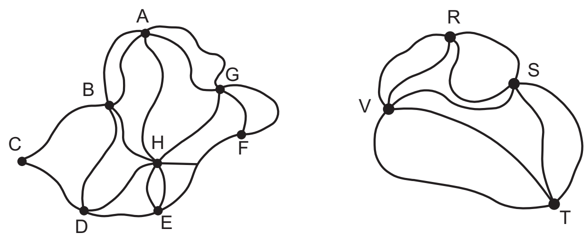
Réseaux et matrices (de 10 à 15 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C37/C7

Interrogation papier-crayon

1) Préciser que les réseaux suivants représentent les pistes d'un centre de ski situé juste à l'extérieur de la ville.



Demander aux élèves de représenter chaque ensemble de pistes sous la forme d'une matrice, « 0 » correspondant à l'absence de lien entre les sommets, « 1 » représentant un lien, « 2 » représentant deux liens et ainsi de suite. Les inviter à trouver et à interpréter l'élément (4, 3) de chaque matrice.

E6/C37/C7

Performance

2) Mentionner que certains aéroports du Canada atlantique sont reliés par des vols directs. Demander aux élèves de représenter l'information ci-dessous :
   a) dans un graphe orienté;
   b) dans une matrice.

   Quatre vols directs permettent d'aller de Sydney à Halifax et six vols directs assurent le retour à Sydney. Deux vols directs aller-retour relient Deer Lake et Halifax. Il y a un vol direct entre Halifax et Moncton. De Halifax à Fredericton, un vol direct aller-retour est offert. Deux vols directs assurent la liaison Charlottetown-Moncton, mais un seul vol est offert de Moncton à Charlottetown.

Ressources suggérées

Réseaux et matrices (de 10 à 15 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

B5 **élaborer, analyser et appliquer des procédés de multiplication de matrices;**

C15 **élaborer et appliquer des stratégies de résolution de problèmes.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

B5/C15 La multiplication de matrices a de nombreuses utilités. Dans le cas présent, les élèves représentent des problèmes portant sur des réseaux à l'aide de matrices, qu'ils multiplient pour résoudre les problèmes. Toutefois, la multiplication de matrices n'est pas évidente en soi. Les élèves doivent donc acquérir une compréhension de ce calcul en contexte. Examiner, par exemple, une situation dans laquelle un entrepreneur construit quatre modèles de maison (A, B, C et D) à trois endroits différents, soit dans les quartiers nord, sud et est de la ville. On peut demander aux élèves de trouver le nombre total de portes nécessaires pour les nouvelles maisons construites dans le quartier nord. Présenter des tableaux semblables à ceux qui sont illustrés ci-dessous, dans lesquels sont indiqués le nombre de maisons et le nombre de portes.

	Modèles de maison			
	A	B	C	D
Quartier nord	10	5	1	2

	Portes
A	2
B	2
C	3
D	3

En interprétant l'information présentée, la plupart des élèves effectueront rapidement l'opération suivante : $(10 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3) = 39$. Si on leur présente le tableau du quartier sud, ils pourront aussi trouver le nombre de portes à y expédier. Une série de questions de ce type fait ressortir la nécessité d'organiser toute l'information. L'ajout de titres aux lignes et aux colonnes est essentiel pour permettre aux élèves de comprendre comment placer les nombres dans une matrice-réponse.

La matrice X illustre la quantité de chaque modèle de maison construit et la matrice Y, le nombre de portes extérieures que compte chacun des quatre modèles.

Matrice X

$$\begin{array}{l} \\ \text{Quartier nord} \\ \text{Quartier sud} \\ \text{Quartier est} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{pmatrix} 10 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 10 & 2 & 5 \\ 6 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} \end{array}$$

Matrice Y

$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \text{Portes} & \text{Fenêtres} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 2 & 20 \\ 3 & 15 \\ 3 & 20 \end{pmatrix} \end{array}$$

Si l'entrepreneur désire connaître le nombre de portes qu'il doit expédier dans le quartier nord, il devra multiplier la première ligne de la matrice X par la première colonne de la matrice Y.

$$\underset{X}{\begin{pmatrix} 10 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 10 & 2 & 5 \\ 6 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}} \bullet \underset{Y}{\begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 2 & 20 \\ 3 & 15 \\ 3 & 20 \end{pmatrix}} = \underset{XY}{\begin{pmatrix} 39 & 275 \\ 51 & 390 \\ 44 & 287 \end{pmatrix}}$$

Dans le cas du nombre de fenêtres nécessaires pour les maisons du quartier est, il devra multiplier la troisième ligne de la matrice X par la deuxième colonne de la matrice Y. Comme les éléments de la première ligne de la matrice X représentent le nombre de chaque modèle de maison construit dans le quartier nord et que ceux de la première colonne de la matrice Y correspondent au

(continuée...)

Réseaux et matrices (de 10 à 15 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

B5/C15

Activité

1) a) Mentionner ce qui suit : Dans un grand nombre de situations aléatoires, les matrices peuvent servir à représenter des probabilités et il est possible de prévoir des événements futurs en réalisant des opérations sur les matrices. Supposons, par exemple, que des données recueillies au sujet des conditions météorologiques en un endroit spécifique indiquent que 68 % des jours pluvieux sont suivis d'un autre jour pluvieux et que 35 % des jours où il ne pleut pas sont suivis de jours pluvieux. Une telle information permet d'élaborer la matrice suivante établissant un lien entre le temps qu'il fait aujourd'hui et celui qu'il fera demain. Inviter les élèves à ajouter les pourcentages appropriés.

$$\begin{array}{lrc} & & \text{Demain} \\ & & \begin{array}{cc}\text{Temps pluvieux} & \text{Temps sec}\end{array} \\ \text{Aujourd'hui} & \begin{array}{r}\text{Temps pluvieux}\\ \text{Temps sec}\end{array} & \begin{pmatrix} \underline{\qquad\quad} & \underline{\qquad\quad} \\ \underline{\qquad\quad} & \underline{\qquad\quad} \end{pmatrix}\end{array}$$

b) Mentionner ce qui suit : La matrice [1 0] (oui, non) est utilisée pour indiquer qu'il pleut aujourd'hui et la matrice [0 1] (non, oui), pour indiquer l'absence de pluie. Supposons que nous sommes lundi, qu'il ne pleut pas et qu'il faut trouver les probabilités de pluie pour mercredi. La matrice [0 1] représente les conditions météorologiques actuelles. Les prévisions pour mardi peuvent être obtenues en multipliant [0 1] par la matrice de pourcentages indiquée au point a) ci-dessus.

Demander aux élèves de trouver le résultat et de l'interpréter.

$$[0 \quad 1] \begin{pmatrix} \underline{\qquad\quad} & \underline{\qquad\quad} \\ \underline{\qquad\quad} & \underline{\qquad\quad} \end{pmatrix}$$

c) Préciser que les prévisions pour mercredi sont obtenues en faisant un calcul semblable à l'aide de la matrice représentant les prévisions pour mardi. Demander aux élèves de trouver les probabilités qu'il pleuve mercredi.

d) Leur demander de déterminer la probabilité en pourcentage qu'il ne pleuve pas mercredi.

e) Les inviter à expliquer pourquoi, à la question c), ils ont multiplié la matrice des prévisions pour mardi par la matrice indiquée au point a).

f) Leur demander d'indiquer ce qui arrivera à la portion des jours pluvieux si ce calcul est poursuivi.

Ressources suggérées

Connecting Mathematics, Addenda Series, NCTM, 1992

Réseaux et matrices (de 10 à 15 heures)

RAA : En 10^{e} année, l'élève devra pouvoir :

B5 **élaborer, analyser et appliquer des procédés de multiplication de matrices.**

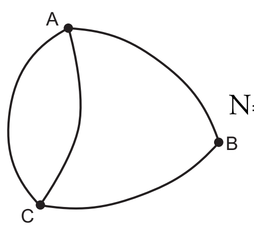
C15 **élaborer et appliquer des stratégies de résolution de problèmes.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

B5/C15 (**continuée**) nombre total de portes que compte chaque modèle, l'élément de la première ligne et de la première colonne de la matrice XY représente le nombre total de portes que comptent les maisons construites dans le quartier nord. Ainsi, la matrice XY indique le nombre de portes et de fenêtres nécessaires pour chaque projet d'habitation. Chaque élément de la matrice XY est obtenu en multipliant une ligne de la matrice X par une colonne de la matrice Y.

Il faut inciter les élèves à porter attention aux titres des lignes et des colonnes afin de bien comprendre la signification des nombres de la matrice-réponse. Ainsi, l'élément (2, 2) de la matrice-réponse, soit 390, correspond à l'addition des produits obtenus en multipliant chaque élément de la deuxième ligne de la matrice X par chaque élément de la deuxième colonne de la matrice Y, ce qui correspond au nombre total de fenêtres dans le quartier sud.

B5 L'algèbre matricielle peut être appliquée dans un grand nombre de domaines mathématiques. Ainsi, un graphe connexe peut être représenté par une matrice dont les éléments correspondent au nombre d'arêtes qui relient les sommets entre eux. Par exemple, le graphe illustré à gauche est représenté par la matrice N.



$$N = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \qquad N^2 = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \end{array}$$

Si la matrice est élevée au carré, les nouveaux éléments indiquent le nombre de chemins composés de deux arêtes qui relient un sommet à un autre. Par exemple, le deuxième élément de la première ligne de la matrice N^2 indique que deux chemins composés de deux arêtes relient le point A au point B (soit A-C-B par l'intérieur et A-C-B par l'extérieur). Une fois que les élèves ont compris la matrice N^2, ils peuvent tenter d'interpréter la matrice N^3.

Pour comprendre la multiplication des matrices, il faut, entre autres, saisir la grande importance de leurs dimensions. Il est bon de présenter aux élèves des activités au cours desquelles ils doivent émettre des hypothèses telles que la suivante :

Deux matrices peuvent être multipliées seulement si le nombre de lignes de la première matrice est égal au nombre de colonnes de la seconde matrice et que le nombre d'éléments de chaque ligne correspond au nombre d'éléments de chaque colonne.

(Nota : La première partie de cette hypothèse n'est pas essentielle dans le cadre de la multiplication de matrices, alors que la seconde l'est.) Ils peuvent aussi présumer que la matrice-réponse a les dimensions suivantes : (nombre de lignes de la première matrice × nombre de colonnes de la deuxième matrice). Par exemple :

$$\underset{\substack{\uparrow \\ 2 \times 3}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}} \bullet \underset{\substack{\uparrow \\ 3 \times 2}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}} = \underset{\substack{\uparrow \\ 2 \times 2}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

Réseaux et matrices (de 10 à 15 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

B5

Performance

1) Demander aux élèves d'expliquer dans leurs propres mots quand il est possible et impossible de multiplier deux matrices l'une par l'autre.
2) Les inviter à préciser quel type de matrice il est possible d'élever au carré (c.-à-d. multiplier la matrice par elle-même).

B5

Interrogation papier-crayon

3) a) Demander aux élèves de déterminer les matrices-réponses et de noter les dimensions sous chaque matrice.

i) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

iii) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 5 & 2 & 6 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$

ii) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} =$

iv) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} =$

b) Les inviter à émettre une hypothèse, en se fondant sur les dimensions notées, sur la façon de prévoir les dimensions de la matrice-réponse.

c) Leur demander de refaire les exercices a) et b) avec les matrices ci-dessous, dans la mesure du possible. Les inviter à expliquer pourquoi ce n'est pas possible, le cas échéant.

i) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} =$

ii) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$

iii) $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} =$

d) Ils devront ensuite préciser quelle hypothèse ils peuvent émettre au sujet des dimensions des matrices et de leur multiplication.

B5

Journal/interrogation papier-crayon

4) Demander aux élèves de créer deux matrices, A et B, afin d'illustrer que $AB \neq BA$ et une autre paire de matrices, C et D, montrant que $CD = DC$. Les inviter à préciser quelle conclusion ils peuvent en tirer.

Journal/performance

5) Demander aux élèves d'inventer un problème portant sur la liaison routière entre cinq villes, de le représenter sous forme de graphe et de matrice, d'élever la matrice au cube, d'interpréter la matrice qui en résulte et d'expliquer comment leurs graphes justifient leur interprétation.

Ressources suggérées

Réseaux et matrices (de 10 à 15 heures)

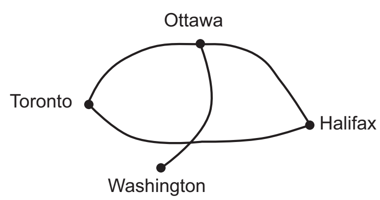
RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

B6 **résoudre des problèmes portant sur des réseaux à l'aide de matrices;**

B5 **élaborer, analyser et appliquer des procédés de multiplication de matrices.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

B6/B5 Les élèves représenteront des problèmes portant sur des réseaux au moyen de matrices et ils effectueront la multiplication des matrices pour résoudre des problèmes. Par exemple, étant donné le réseau ci-dessous illustrant les vols d'un transporteur aérien régional, si « 0 » représente l'absence de liaison aérienne et « 1 », une liaison aérienne, ils doivent être en mesure d'écrire une matrice N illustrant tous les vols possibles.



$$\begin{array}{c} \\ T \\ O \\ H \\ W \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} T & O & H & W \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

N^2 est le résultat de la multiplication suivante :

$$\underset{[N]}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}} \bullet \underset{[N]}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}} = \underset{[N]^2}{\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}}$$

En outre, ils doivent pouvoir interpréter la signification de la matrice N^2.

Pour les aider à y arriver, on peut leur présenter une activité plus simple. Par exemple, on peut construire une matrice A de dimensions 3×3 et y inscrire les noms des villes suivantes : Hamilton, Toronto et Ottawa. Demander aux élèves de tracer le graphe orienté correspondant.

$$\begin{array}{c} \\ T \\ O \\ H \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} T & O & H \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array} = A$$

Les inviter ensuite à trouver la valeur de A^2 : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Dans la matrice A^2, l'élément (1, 1) est 2, soit le nombre de façons de se rendre de Toronto (ligne 1) à Toronto (colonne 1). En examinant le graphe orienté, les élèves observeront qu'un vol relie Toronto à Ottawa et qu'un autre vol relie Ottawa à Toronto. Mis ensemble, ces vols représentent l'une des deux liaisons Toronto-Toronto comportant un arrêt. L'autre vol est celui qui relie Toronto à Hamilton et inversement, soit un autre vol avec arrêt. Par conséquent, la matrice A^2 représente des vols comportant un arrêt.

Dans le cadre du problème initial, on peut demander aux élèves de comparer la matrice N^2 au graphe orienté de N et de trouver les vols comportant un arrêt. Par exemple, la matrice N^2 comporte le nombre 3. Qu'est-ce qu'ils en déduisent? (Réponse : Comme cet élément est situé sur la deuxième ligne et dans la deuxième colonne, on peut en déduire que trois vols comportant un arrêt relient Ottawa et Ottawa. Dans le graphe orienté, on peut voir qu'il s'agit des aller-retour suivants : Ottawa/Toronto, Ottawa/Washington et Ottawa/Halifax.)

❐ Mentionner que, selon le graphe orienté, le seul vol avec arrêt faisant la liaison entre Washington et Halifax est celui passant par Ottawa. Demander aux élèves d'indiquer l'emplacement de cette valeur dans la matrice N^2.

Réseaux et matrices (de 10 à 15 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

B6/B5

Performance

1) Inviter les élèves à consulter le réseau de transport reliant les quatre villes A, B, C et D, qui est illustré à la page 68. Leur demander de trouver la matrice R^2 à l'aide de leurs calculatrices et d'interpréter les éléments suivants : (3, 1), (2, 3) et (1, 2).

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2) $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ Mentionner que la matrice M représente le nombre de vols directs reliant trois villes.

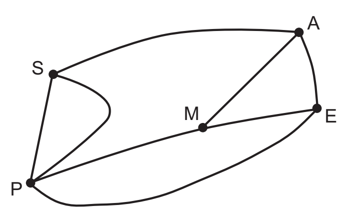
   a) Demander aux élèves d'interpréter la signification des éléments suivants :
      i) ligne 1, colonne 1;
      ii) ligne 3, colonne 2.

   b) Les inviter à représenter la matrice sous forme de graphe.

   c) Leur demander d'expliquer la signification de l'élément situé sur la deuxième ligne et dans la troisième colonne de la matrice M^2.

Interrogation papier-crayon

3) Mentionner que les routes de certaines localités du Nouveau-Brunswick sont illustrées au moyen du réseau ci-dessous.



Donner les consignes suivantes :

   a) Représentez ce réseau sous forme de matrice, dans laquelle « 0 » indiquera l'absence de liaison, « 1 », une liaison, etc.
   b) Montrez sur le graphe les trois façons de se rendre de S à M en passant chaque fois par une autre localité. Indiquez, au moyen de matrices, comment on peut le vérifier.
   c) Danielle, qui est dans la localité E, désire aller à M en passant par une autre localité. Construisez une matrice illustrant le nombre d'itinéraires possibles.
   d) Inventez un problème pour lequel il sera important de connaître le nombre de routes passant par une localité avant de se rendre dans une autre. Résolvez-le, puis présentez-le à votre partenaire, qui devra le résoudre à son tour.

Ressources suggérées

Réseaux et matrices (de 10 à 15 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C17 **résoudre des problèmes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C17 Les élèves doivent acquérir une compréhension de la multiplication de matrices en réalisant des calculs à la main dans le cadre de problèmes et d'activités comportant des matrices de petites dimensions. Lorsqu'ils comprennent bien la multiplication de matrices, ils doivent explorer cette procédure à l'aide des outils technologiques. Cela est très important dans le cas des matrices de grandes dimensions, car la multiplication à la main est très fastidieuse et il est facile de faire des erreurs. Avec les outils technologiques, les élèves entrent les données relatives aux matrices, puis ils multiplient les matrices et ils les élèvent au carré. Pour élever une matrice au carré, ils peuvent utiliser la touche « x^2 » ou le symbole « ^ » et la touche « 2 ». En outre, ils doivent pouvoir reconnaître les messages d'erreur et apprendre à les interpréter.

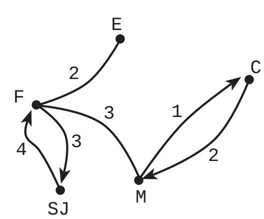
Réseaux et matrices (de 10 à 15 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

B5/C17

Performance

1) Demander aux élèves de suivre les consignes suivantes en rapport avec le réseau illustré ci-dessous.
   a) Représentez sous forme de matrice ce réseau de vols directs reliant divers aéroports. (Nota : Les nombres correspondent au nombre de vols directs entre les aéroports.)
   b) Expliquez comment Marc peut affirmer, en consultant le graphe, que 12 vols comportant un arrêt permettent d'aller de Saint-Jean à Saint-Jean, en passant par Fredericton. Indiquez, au moyen de matrices, comment cette affirmation peut être vérifiée.
   c) Hélène, qui est à Charlottetown, désire se rendre à Edmundston.
      i) Peut-elle s'y rendre en prenant un vol direct? Expliquez votre raisonnement.
      ii) Peut-elle s'y rendre en prenant un vol comportant un arrêt? Expliquez votre raisonnement.
      iii) Peut-elle s'y rendre en prenant un vol comportant deux arrêts? Expliquez votre raisonnement.
      iv) Construisez une matrice illustrant tous les vols comportant deux arrêts disponibles pour tous les aéroports.



Ressources suggérées

Unité 3
Régularités, relations et équations
(de 25 à 30 heures)

Dans la présente unité, les élèves examineront des situations afin de relever des régularités et des relations et ils représenteront ces relations de multiples façons (c.-à-d. au moyen d'énoncés, de représentations concrètes et graphiques, d'illustrations, de tableaux et d'équations). Le programme de base insiste particulièrement sur la construction et l'analyse de tableaux, de représentations graphiques et d'équations dans le but de relever certaines de leurs principales caractéristiques et de s'en servir pour résoudre des problèmes. Les concepts clés et les habiletés connexes portent sur la nature des relations linéaires et quadratiques, le taux de variation et la pente ainsi que la résolution d'équations linéaires et quadratiques de façon graphique et algébrique.

Un grand nombre de suggestions sont offertes dans le cadre de la présente unité en vue d'une modification éventuelle du programme. Celles-ci mettent principalement l'accent sur les exemples et les procédés concrets, tout en réduisant le degré d'abstraction, l'analyse technique et la manipulation des symboles. On peut obtenir des précisions à ce sujet aux pages 80, 110, 128 et 134. De plus, certaines sections de l'unité sont présentées différemment (pages 88 à 96 et 118 à 121).

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C10 décrire des relations de la vie réelle illustrées graphiquement ainsi qu'au moyen de tableaux de valeurs et de descriptions écrites;

C8 relever, généraliser et appliquer des régularités;

C1 exprimer des problèmes sous forme d'équations et vice versa;

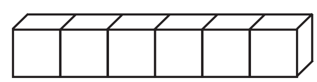
C2 modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires, quadratiques, exponentielles et polynomiales et des inéquations linéaires.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

La première section de la présente unité porte sur diverses représentations de situations (p. ex. sous forme d'énoncés, de tableaux, de représentations graphiques et d'équations) ainsi que sur l'analyse et l'interprétation de ces représentations pour répondre à des questions, énoncer des prévisions ou résoudre des problèmes. Ces notions et les techniques connexes sont expliquées en rapport avec le programme de base aux pages 80 à 87. Toutefois, il pourrait être profitable pour certains élèves de continuer à utiliser des représentations concrètes et des situations numériques avant de généraliser au moyen de symboles (équations). Il sera donc préférable d'accorder moins d'importance à l'analyse technique dans leur cas. Par conséquent, une forme modifiée de la première section est présentée aux pages 88 à 99, à utiliser au besoin.

C10 Les recherches menées en matière d'apprentissage montrent que l'observation de régularités et de relations (qui peuvent être représentées en contexte, de façon concrète, imagée, symbolique ou verbale) est au coeur d'une compréhension approfondie dans un grand nombre de domaines mathématiques – l'algèbre et les fonctions en particulier. Des tâches mathématiques telles que la première activité proposée sur la page ci-contre favorisent le développement de la pensée et du raisonnement algébriques de l'élève et peuvent amener ce dernier à manifester une compréhension et une créativité dépassant nos attentes.

C8 Un grand nombre de situations offrent des occasions de généraliser et de représenter des concepts et des procédés mathématiques. Ainsi, l'exploration réalisée à l'aide de cubes (première activité, page ci-contre) offre un contexte géométrique permettant le développement de concepts mathématiques. L'algèbre est une façon de représenter et de généraliser ces concepts. Placer six cubes l'un à la suite de l'autre sur une surface plane de façon à former un « train » de six « wagons ». Les élèves devront compter les faces visibles (celles d'en dessous ne le sont pas) et noter leurs constatations sous forme de tableau :



Nombre de cubes	1	2	3	4	5	6
Nombre de faces visibles	5	8	11	14	17	20

C8/C1/C2 Lorsqu'on leur demande de décrire une régularité, un grand nombre d'élèves reconnaissent la régularité horizontale, soit le fait que les nombres augmentent de trois chaque fois. Il faut les encourager à expliquer une telle régularité en rapport avec le train, ce qui les amènera à la décrire de la façon suivante : « … chaque fois qu'un cube est ajouté au train, trois faces additionnelles sont visibles… » Il faut les inciter spécifiquement à décrire la régularité verticale, soit celle qui établit un rapport entre les deux ensembles de nombres. Certains diront peut-être qu'il faut multiplier le nombre de cubes

suite...

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

par 3 et ajouter 2 au produit obtenu. Ils doivent aussi établir un lien avec le train - « chaque wagon additionnel ajoute trois faces (voir la page 82)

C10/C8/C1/C2/C5/C9/C16/C28

Activité/performance

1. a) Présenter un cube tenant lieu de wagon.
   Donner les consignes suivantes :
   b) Comptez les faces visibles du cube. (Ils ne doivent pas tenir compte du dessous, qui n'est pas visible, vu que le cube est disposé sur une surface plane.)
   c) Construisez un train avec six cubes, puis remplissez le tableau suivant :

Nombre de cubes	1	2	3	4	5	6
Nombre de faces visibles						

   d) Décrivez les régularités observées dans le tableau et expliquez-les en rapport avec les cubes.
   e) Ajoutez cinq wagons à votre train et prévoyez la valeur correspondante à ajouter au tableau.
   f) Terminez l'énoncé suivant : « Si vous me dites le nombre de wagons que compte un train, je pourrai vous dire le nombre de faces en… »
   g) Échangez vos énoncés et, en vous fondant sur celui de votre camarade, prévoyez le nombre de faces que compte un train de 100 wagons.
   h) Décrivez et expliquez vos régularités avec des mots en sachant que le train compte w wagons.
   i) Remplacez les mots par des symboles mathématiques, en décrivant la régularité à l'aide d'une équation ($f = 3w + 2$).
   j) Expliquez la signification du nombre « 3 » dans l'équation.
   k) Expliquez la signification du nombre « 2 » dans l'équation.
   l) Représentez graphiquement les valeurs inscrites dans le tableau.
   m) Indiquez l'emplacement du nombre « 3 » sur la représentation graphique et expliquez sa signification, compte tenu du contexte.
   n) Indiquez l'emplacement du nombre « 2 » sur la représentation graphique et expliquez sa signification.
   o) Précisez si vous devriez ou non tracer une droite passant par tous les points.

Performance

2) Inviter les élèves à observer leurs trains du dessus. Leur demander de trouver le périmètre de la série complète (composée de 6 cubes) en supposant que le périmètre de chaque cube est de 4 unités. En se basant sur ce qu'ils savent, ils devront ensuite exprimer le périmètre sous la forme d'une expression dans laquelle w représentera le nombre de wagons. Les inviter à représenter graphiquement la relation entre le périmètre du train et le nombre de wagons. Leur demander de comparer l'inclinaison des deux graphiques (questions n[os] 1 et 2) et de discuter de toute différence observée.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C5 **tracer des graphiques en se fondant sur des énoncés, des tableaux et des données recueillies;**

C9 **construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;**

C28 **explorer et décrire la variation illustrée dans des tableaux et des représentations graphiques;**

C32 **déterminer si une relation est linéaire en représentant graphiquement les données correspondant à une situation;**

C16 **interpréter la solution d'une équation selon le contexte;**

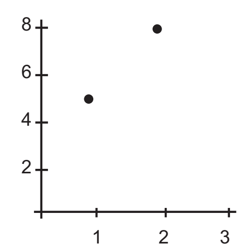
A7 **faire preuve de sa compréhension des ensembles de nombres discrets et continus et la mettre en pratique;**

C3 **recueillir des données, les représenter graphiquement en utilisant les échelles appropriées et faire preuve de sa compréhension des variables indépendante et dépendante ainsi que du domaine et de l'image.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C8/C1/C2 (suite) visibles et deux faces sont constamment visibles (l'une à chaque extrémité) ». L'invitation à terminer l'énoncé formulé à la question 1 f) offre à tous les élèves une occasion de décrire les régularités dans leurs propres mots. Après avoir échangé leurs énoncés, ils devront interpréter ceux de leurs camarades [question g)], ce qui les incite à rédiger le plus clairement possible. Le remplacement des mots par des symboles [question i)] devrait se faire de façon naturelle (f = 3w + 2).

C5/C9/C28/C32 Les élèves doivent interpréter le nombre « 3 » dans l'équation $f = 3w + 2$ comme étant le nombre de faces visibles de chaque wagon. Sur la représentation graphique, ils l'expliqueront en plaçant un doigt sur le premier point, en le déplaçant horizontalement sous le prochain point (« lorsqu'un wagon est ajouté au train »), puis en le faisant glisser vers le haut (« le nombre de faces visibles augmente de 3 »). Il est bon de les inciter à parler de l'accroissement constant, de l'inclinaison et de la pente, d'un rapport de 3 : 1 et du fait que le rapport de l'élévation à la distance est égal à $\frac{3}{1}$, soit 3.



C5/C9/C16 Dans l'équation, le nombre « 2 » représente les deux faces visibles « spéciales », soit celles qui se trouvent à chacune des extrémités du train. Sur la représentation graphique, les élèves doivent s'imaginer le prolongement du graphique vers la gauche (« trois unités vers le bas, une unité vers la gauche »), ce qui résulterait en un point sur l'axe des y, à la hauteur de deux unités. Ces derniers doivent discuter de la signification d'une telle situation en rapport avec la représentation graphique (« s'il n'y a aucun wagon, il y a deux faces visibles »), ce qui n'est pas logique. C'est la raison pour laquelle ce point n'a pas été représenté (restriction applicable au domaine).

A7/C3 Il faut discuter de la raison pour laquelle il n'est pas approprié, dans un tel contexte, de relier les points. Demander aux élèves, par exemple, d'interpréter la signification d'un point situé entre les deux premiers, disons (1,5, 6,5). Ainsi, 1,5 signifie que la moitié d'un wagon est ajouté au train, ce qui, évidemment, est impossible. On peut donc conclure que le graphique est continu, compte tenu d'un domaine restreint de nombres naturels uniquement, et qu'il comporte un ensemble de données discrètes ayant une signification spécifique dans le contexte du problème ou de la situation.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

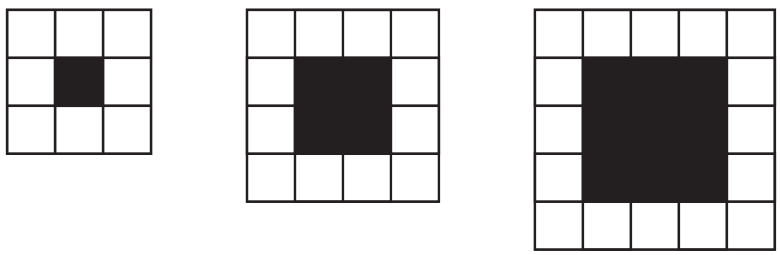
Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

...suite

C5/C9/C28/C32/C16/A7/C3

Performance

3) Mentionner ce qui suit : Des piscines de forme carrée sont entourées d'une bordure de dalles de ciment carrées. Elles sont offertes en différentes dimensions. Voici des illustrations des trois plus petits modèles disponibles :



a) Demander aux élèves de représenter concrètement les piscines illustrées ci-dessus (avec des carreaux de deux couleurs, les pièces rouges représentant la piscine et les pièces blanches, les dalles). Ils devront ensuite :

i) organiser les données dans un tableau dont les colonnes seront intitulées de la façon suivante :

Nº de la piscine (mesure d'un côté)	Nombre de carreaux rouges	Nombre de carreaux blancs	Nombre total de carreaux

ii) représenter graphiquement :
   a. le nombre de carreaux rouges par rapport au numéro de la piscine;
   b. le nombre de carreaux blancs par rapport au numéro de la piscine.

iii) décrire la forme des deux graphiques et préciser en quoi ils se ressemblent et en quoi ils sont différents (en parlant des domaines).

b) Inviter les élèves à construire des tours (avec des cubes emboîtables) afin de représenter l'accroissement illustré dans la deuxième et la troisième colonne du tableau.

c) Leur poser la question suivante et les inviter à expliquer leurs réponses : Quand le nombre de carreaux rouges sera-t-il égal au nombre de carreaux blancs? Les inviter à interpréter cette situation dans le contexte du problème.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève dev pouvoir :

C10 **décrire des relations de la vie réelle illustrées graphiquement ainsi qu'au moyen de tableaux de valeurs et de descriptions écrites;**

F6 **résoudre des problèmes en modélisant des phénomènes réels;**

C9 **construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;**

C8 **relever, généraliser et appliquer des régularités;**

C1 **exprimer des problèmes sous forme d'équations et vice versa;**

C5 **tracer des graphiques en se fondant sur des énoncés, des tableaux et des données recueillies;**

C2 **modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires, quadratiques, exponentielles et polynomiales et des inéquations linéaires;**

C16 **interpréter la solution d'une équation selon le contexte;**

C25 **résoudre graphiquement des équations;**

F10 **se servir de l'interpolation, de l'extrapolation et des équations pour faire des prévisions et résoudre des problèmes;**

A7 **faire preuve de sa compréhension des ensembles de nombres discrets et continus et la mettre en pratique;**

C15 **élaborer et appliquer des stratégies de résolution de problèmes.**

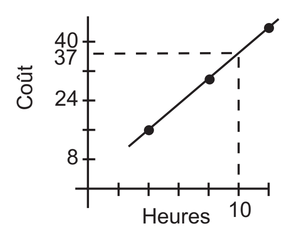
Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C10/F6/C9/C8/C1/C5/C2 Il arrive que le contexte d'une situation énonce une relation. Examiner l'exemple suivant : René loue des planches à neige au tarif horaire de 3,50 $ et il exige un dépôt non remboursable de 2 $. Combien coûtera la location d'une planche à neige pendant 2 heures? 3 heures? 6 heures? 10 heures? Les élèves peuvent construire un tableau ou une représentation graphique pour répondre à ces questions. En examinant les régularités ou l'énoncé du problème, ils devraient pouvoir affirmer que le coût total de la location correspond à un dépôt de 2 $ + 3,50 $ l'heure ou, sous forme symbolique, c = 2 + 3,50h. À la lecture de la représentation graphique ou du tableau, il sera évident que le coût de location augmente de 3,50 $ à chaque heure. Ils devraient être en mesure de comprendre qu'une augmentation de 3,50 $ l'heure correspond à une certaine inclinaison du graphique et en quoi cela est relié à la pente de la droite. Ils peuvent aussi trouver les réponses au moyen de l'équation. Ainsi, le coût de location pendant dix heures est le suivant :

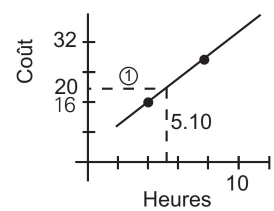
$$\begin{aligned} c &= 2 + 3{,}50\ (10) \\ &= 2 + 35{,}0 \\ &= 37 \rightarrow 37{,}00\ \$ \end{aligned}$$

C16 Il se peut que les élèves puissent trouver la réponse sans se servir de l'équation. Ainsi, une location pendant dix heures correspond à un montant de 3,50 $ multiplié par 10, auquel il faut ajouter un dépôt de 2,00 $, ce qui fait un total de 37,00 $.

C25/F10/C16 Il faut aussi les inciter à résoudre le problème à l'aide de leurs représentations graphiques. Ainsi, en partant de 10 heures, on monte verticalement jusqu'à la droite représentée, puis on se déplace horizontalement jusqu'à l'axe vertical, où l'on peut lire la valeur 37,00 $, dont on interprète la signification.



A7 Demander aux élèves d'expliquer pourquoi il est logique de joindre les points de ce graphique.



C15/C25/C16 En décrivant des régularités au moyen d'équations et en utilisant des représentations graphiques, des tableaux et des équations pour interpoler et extrapoler, les élèves acquièrent des stratégies de « résolution de problèmes ». Par exemple, pour déterminer le nombre d'heures de location correspondant à un coût

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

Ressources suggérées

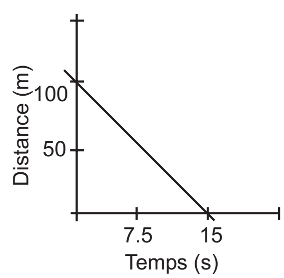
C2/F6/C5/C8/C9/C25/F10/C15

Performance

1) Mentionner ce qui suit : Marie désire se mettre en forme. Le premier jour, elle fait 9 redressements assis, le deuxième jour, elle en fait 13, le troisième jour, 17 et le quatrième jour, 21. Si elle continue ainsi, combien de redressements assis fera-t-elle le cinquième jour? le sixième? le dixième? le vingtième? le cinquantième? le soixantième?
   Poser la question suivante : Quelles restrictions s'imposeront à mesure que cette régularité se poursuivra?

C16/F10/C25

2) Mentionner que la représentation graphique reproduite à droite illustre la relation entre le temps d'une course et la distance jusqu'à la ligne d'arrivée. Inviter les élèves à répondre aux questions suivantes, au moment où ils aperçoivent Julie, qui s'approche de la ligne d'arrivée.



   a) À quelle distance se trouve-t-elle de la ligne d'arrivée au moment où vous l'apercevez? Expliquez votre raisonnement.
   b) Augmente-t-elle sa vitesse vers la fin de la course (court-elle à pleine vitesse jusqu'à la ligne d'arrivée)? Expliquez votre raisonnement.
   c) En combien de temps franchit-elle les cent derniers mètres? Expliquez votre raisonnement.
   d) Quelle distance lui reste-t-il à parcourir cinq secondes avant la fin de la course?
   e) En combien de temps franchit-elle les soixante derniers mètres? Expliquez votre raisonnement.
   f) En supposant qu'elle maintient une vitesse constante, en combien de temps franchit-elle les cent cinquante derniers mètres? Expliquez votre raisonnement.

C10/F6/C1/C2

Interrogation papier-crayon

3) Mentionner que la station-service *Aux bons rabais* attire les clients en offrant des coupons-rabais accordant une réduction de 0,04 $ pour chaque achat d'essence d'une valeur de 1 $.

Valeur de l'essence achetée, v ($)	1	2	■	10	■
Valeur des coupons, c ($)	■	■	0,24	■	0,60

   Demander aux élèves :
   a) de reproduire le tableau et d'y ajouter les données manquantes;
   b) d'exprimer au moyen d'un énoncé la relation entre la valeur des coupons et la valeur de l'essence achetée;
   c) d'énoncer l'équation correspondante.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10[e] année, l'élève devra pouvoir :

C10 **décrire des relations de la vie réelle illustrées graphiquement ainsi qu'au moyen de tableaux de valeurs et de descriptions écrites;**

F6 **résoudre des problèmes en modélisant des phénomènes réels;**

C9 **construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;**

C8 **relever, généraliser et appliquer des régularités;**

C1 **exprimer des problèmes sous forme d'équations et vice versa;**

C5 **tracer des graphiques en se fondant sur des énoncés, des tableaux et des données recueillies;**

C2 **modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires, quadratiques, exponentielles et polynomiales et des inéquations linéaires;**

C16 **interpréter la solution d'une équation selon le contexte;**

C25 **résoudre graphiquement des équations;**

F10 **se servir de l'interpolation, de l'extrapolation et des équations pour faire des prévisions et résoudre des problèmes;**

A7 **faire preuve de sa compréhension des ensembles de nombres discrets et continus et la mettre en pratique;**

C15 **élaborer et appliquer des stratégies de résolution de problèmes.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

...suite

de 20 $, ils peuvent réaliser une interpolation à partir du graphique, tel qu'illustré. Ils peuvent aussi se servir de l'équation c = 2 + 3,5h, où c = 20, puis résoudre l'équation 20 = 2 + 3,5h. Ils doivent examiner le graphique et tenter d'établir une relation avec l'équation 20 = 2 + 3,5h. Sur la représentation graphique, la ligne horizontale pointillée (indiquée par le chiffre 1 représente l'équation c = 20. Demander aux élèves de l'ajouter à leurs représentations graphiques. La droite passant par les points correspond à la régularité linéaire c = 2 + 3,5h. Les coordonnées approximatives du point d'intersection sont (5,1, 20). Inviter les élèves à interpréter la signification de ce point. (Nota : Ces derniers peuvent se servir d'un outil technologique à capacité graphique et trouver le point d'intersection à l'aide de la fonction à cet effet ou utiliser la fonction tableau.)

C1/C2

4) Étant donné l'équation $y = \frac{1}{2}x + 5$, demander aux élèves :

   a) de décrire la relation au moyen d'un énoncé;
   b) de formuler un problème qui pourrait être résolu à l'aide de cette équation.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

...suite

C1/C2/F6/C5/C8/C9/F10/C16/A7/C25

Portfolio

5) Mentionner que les tarifs d'une entreprise de taxi sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

Longueur du trajet (km)	5	10	15
Coût total ($)	9,25	15,50	21,75

Demander aux élèves :

a) de reporter ces points sur une grille de coordonnées;
b) de discuter afin de déterminer si ces points devraient être reliés;
c) de déterminer l'équation correspondante;
d) d'expliquer pourquoi le graphique ne débute pas à l'origine;
e) de prévoir combien coûteront des trajets de 7 km et de 30 km en se fondant sur l'équation;
f) d'expliquer la signification de la pente de la droite;
g) de trouver la longueur d'un trajet qui coûte 25 $ en se fondant sur la représentation graphique.

C25

Journal/interrogation papier-crayon

6) Mentionner que Rachelle n'était pas en classe vendredi. Demander aux élèves de lui écrire afin de lui expliquer comment résoudre l'équation $-5n + 3 = 13$ à l'aide de représentations graphiques.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C10 décrire des relations de la vie réelle illustrées graphiquement ainsi qu'au moyen de tableaux de valeurs et de descriptions écrites;

C2 modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires et quadratiques;

C8 relever, généraliser et appliquer des régularités.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

Les notions précédentes sont traitées différemment sur les huit prochaines pages, en cas de besoin pour certains élèves. Consulter la page 80 pour obtenir des précisions à ce sujet.

C10/C2/C8 Les recherches menées en matière d'apprentissage montrent que l'observation de régularités et de relations (qui peuvent être représentées en contexte, de façon concrète, imagée, symbolique ou verbale) est au coeur d'une compréhension approfondie dans un grand nombre de domaines mathématiques – l'algèbre et les fonctions en particulier. Des tâches mathématiques telles que la première activité proposée sur la page ci-contre favorisent le développement de la pensée et du raisonnement algébriques de l'élève et peuvent amener ce dernier à manifester une compréhension et une créativité dépassant nos attentes.

Un grand nombre de situations offrent des occasions de généraliser et de représenter des concepts et des procédés mathématiques. Ainsi, l'exploration réalisée à l'aide de blocs-formes (première activité, page ci-contre) offre un contexte géométrique permettant le développement de concepts mathématiques. L'algèbre est une façon de représenter et de généraliser ces concepts.

En utilisant les trapèzes de l'ensemble de blocs-formes, les élèves peuvent construire un train de six wagons. Sachant qu'un trapèze a un périmètre de cinq unités, on peut décrire le périmètre du train à l'aide d'une phrase mathématique. Les élèves proposeront probablement des phrases mathématiques différentes. Les inviter à expliquer leurs formulations respectives à la classe. Par exemple,

6 (5) - 5 (2) = P est une phrase mathématique indiquant le périmètre. Ainsi, le train compte six wagons, chacun ayant un périmètre de cinq unités, mais, sur cinq wagons, deux unités ne font pas partie du périmètre. Voici d'autres exemples de phrases mathématiques : 4 (3) + 2 (4) = P, soit quatre wagons comportant trois unités de périmètre apparentes et deux wagons ayant quatre unités de périmètres; 6 (3) + 2 = P, soit six wagons ayant chacun trois unités de périmètre apparentes sur les côtés et deux unités additionnelles de périmètre, une à chaque extrémité.

On demande ensuite aux élèves d'ajouter deux wagons à leurs trains et de modifier leurs phrases mathématiques en conséquence.

$6 (5) - 5 (2) = P \Rightarrow 8 (5) - 7 (2) = P$

$4 (3) + 2 (4) = P \Rightarrow 6 (3) + 2 (4) = P$

$6 (3) + 2 = P \Rightarrow 8 (3) + 2 = P$

Chacun doit expliquer l'incidence de la modification de la longueur du train sur la phrase mathématique. On leur demande ensuite de modifier leurs phrases mathématiques de façon à illustrer le périmètre d'un train composé de 20 wagons. Pour ce faire, ils se servent des régularités observées dans les données enregistrées. Les inviter à terminer l'énoncé suivant : « Si vous me dites le nombre de wagons que compte un train, je vous indiquerai le périmètre en… »

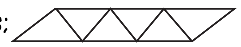
suite…

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C10/C2/C8

Activité

1. a) Pour débuter l'activité, prendre un trapèze isocèle d'un ensemble de blocs-formes (ou tout autre trapèze isocèle) dont le côté le plus long correspond à deux fois la longueur de chacun des deux autres côtés. Demander aux élèves :
   b) d'explorer les relations portant sur les mesures de tous les côtés;
   c) de discuter des relations qu'ils ont constatées;
   d) d'indiquer le périmètre du trapèze;
   e) de construire des trains de six wagons; 
   f) de composer des phrases mathématiques représentant le périmètre, de les écrire sur un tableau à feuilles placé à l'avant de la classe et d'en expliquer la logique à leurs camarades;
   g) d'ajouter deux wagons à leurs trains;
   h) de modifier leurs phrases mathématiques conformément aux nouveaux trains et d'expliquer leurs nouvelles versions;
   i) de terminer l'énoncé suivant : « Si vous me dites le nombre de wagons que compte un train, je pourrai vous indiquer le périmètre en… »
   j) de se servir de l'énoncé d'un camarade pour trouver le périmètre d'un train de 100 wagons;
   k) de modifier leurs phrases mathématiques afin qu'elles représentent des trains de *n* wagons et d'expliquer leurs nouvelles versions;
   l) d'expliquer pourquoi les phrases mathématiques sont toutes semblables (équivalentes) même si elles semblent différentes.

Portfolio

2) Demander aux élèves de refaire l'activité ci-dessus en utilisant le carré, puis l'hexagone de l'ensemble de blocs-formes. Les inviter à expliquer ce qui est différent et ce qui est semblable.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C10 décrire des relations de la vie réelle illustrées graphiquement ainsi qu'au moyen de tableaux de valeurs et de descriptions écrites;

C2 modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires et quadratiques;

C8 relever, généraliser et appliquer des régularités.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

...suite

Les inviter à échanger leurs énoncés et à se servir de ceux de leurs camarades pour trouver le périmètre d'un train composé de 100 wagons. Si l'énoncé n'est pas suffisamment clair, il faut demander à son auteur de le retravailler. Tous devraient obtenir la même réponse. Les inviter ensuite à modifier les phrases mathématiques de façon à représenter un train comportant n wagons. Ils peuvent utiliser les régularités observées précédemment ou leurs énoncés afin de noter des régularités algébriques. Ainsi, les trois régularités mentionnées ci-dessus sont modifiées de la façon suivante :

1) $5n - 2(n - 1) = P$
2) $3(n - 2) + 2(4) = P$
3) $3n + 2 = P$

Animer une discussion sur les équations équivalentes et l'emploi des variables. Inviter chacun des élèves à expliquer sa phrase mathématique et s'assurer qu'il parle de la variable utilisée et du nombre de wagons que compte son train.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C2 **modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires et quadratiques;**

C9 **construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;**

C3 **recueillir des données, les représenter graphiquement en utilisant les échelles appropriées et faire preuve de sa compréhension des variables indépendante et dépendante ainsi que du domaine et de l'image;**

C28 **explorer et décrire la variation illustrée dans des tableaux et des représentations graphiques;**

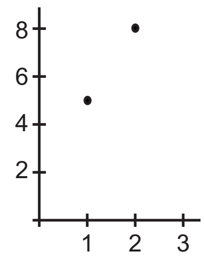
C32 **déterminer si une relation est linéaire en représentant graphiquement les données correspondant à une situation;**

A7 **faire preuve de sa compréhension des ensembles de nombres discrets et continus et la mettre en pratique;**

C8 **relever, généraliser et appliquer des régularités.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

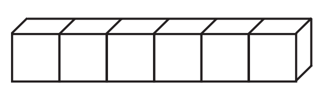
C2/C9/C3/C28/C32/A7/C8 Dans l'activité portant sur le trapèze présentée sur les pages précédentes, il se peut que les élèves aient obtenu plusieurs équations différentes. Chacune de ces équations peut être simplifiée sous la forme $3n + 2 = P$ (consulter la page 88). Ils devront représenter graphiquement l'équation $P = 3n + 2$. Animer une discussion sur les raisons pour lesquelles le nombre de wagons doit être inscrit sur l'axe horizontal (variable indépendante) et le périmètre, sur l'axe vertical (variable dépendante). Ils débuteront peut- -être en disant : « pour un wagon, le périmètre est de 5 unités » et ils placeront le point correspondant, soit (1, 5). Ils diront ensuite : « pour deux wagons, le périmètre est égal à… » et ainsi de suite. Il est bon de discuter de l'espace entre deux points consécutifs de la représentation graphique. Ainsi, en montrant le point (1, 5), ont peut demander aux élèves d'expliquer l'écart qui le sépare du point (2, 8), en fonction du contexte. Ces derniers devront mentionner qu'un wagon a été ajouté au train, ce qui occasionne une modification du périmètre, celui-ci passant de 5 à 8 unités, puis expliquer pourquoi cela se produit.



Animer une discussion sur la linéarité des points et la constance de la variation d'un point à l'autre (le périmètre augmente de trois unités chaque fois qu'un wagon est ajouté). On peut souligner de quelle façon la variation constante de trois unités est illustrée dans l'équation. Amener les élèves à comprendre que le nombre « 3 » est lié aux trois unités de périmètre « apparentes » de chaque wagon du train. S'ils sont tentés de joindre les points, leur demander d'expliquer ce que ces « nouveaux » points représentent, compte tenu du contexte. On peut aussi discuter avec eux du périmètre d'un train ne comportant aucun wagon et de la raison pour laquelle ce point n'appartient pas au graphique.

S'il l'on remplace le trapèze pour un carré, l'équation est la suivante : $2n + 2 = P$, alors que l'équation correspondant à un hexagone régulier est $4n + 2 = P$. Les élèves peuvent discuter de l'inclinaison des graphiques correspondant à ces trois situations. Ils peuvent parler des nombres « 3 », « 2 « et « 4 » que comportent les équations et de leurs significations respectives en rapport avec les représentations graphiques et les trains (unités de périmètre apparentes pour chaque wagon).

Inviter les élèves à construire des trains en plaçant des cubes l'un à la suite de l'autre sur une surface plane. Ils devront compter les faces visibles (celles d'en dessous ne le sont pas) et noter leurs constatations sous forme de tableau :



Nombre de cubes	1	2	3	4	5	6
Nombre de faces visibles	5	8	11	14	17	20

Lorsqu'on leur demande de décrire les régularités observées, un grand nombre d'élèves reconnaissent la régularité horizontale, soit le fait que les nombres augmentent de trois chaque fois. Il faut les encourager à expliquer une telle régularité en rapport avec le train, ce qui les amènera à la décrire de la façon suivante : « … chaque fois qu'un cube est ajouté au train, trois faces additionnelles sont visibles… »

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

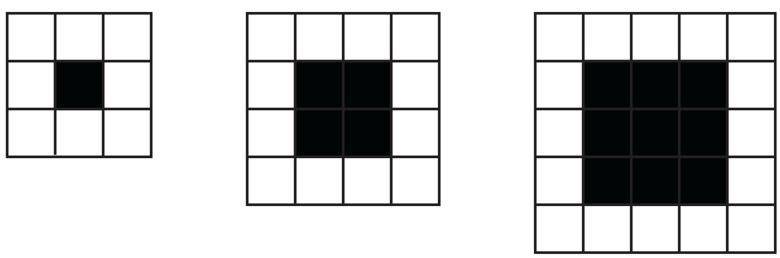
Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C2/C9/C3/C28/C32/A7/C8

Performance
Donner les consignes suivantes :

1. a) Poursuivez l'activité de la page 89 réalisée avec les trapèzes.
   b) Construisez une représentation graphique illustrant la relation entre le nombre de wagons et le périmètre du train.
   c) Décrivez ce qui arrive chaque fois que vous déplacez votre crayon d'un point à un autre. Se produit-il la même chose quel que soit le point de départ? Expliquez.
   d) Si P = 3*n* + 2 décrit le périmètre d'un train composé de *n* wagons, comment le « 3 » est-il illustré sur la représentation graphique? Comment l'observez-vous sur le train?
   e) Expliquez pourquoi il est impossible de joindre les points composant le graphique.
   f) À l'aide de votre représentation graphique, estimez le périmètre d'un train de 12 wagons.
   g) À l'aide de votre représentation graphique, estimez combien de wagons compte un train ayant un périmètre de 32 unités.

2) Mentionner ce qui suit : Des piscines de forme carrée sont entourées d'une bordure de dalles de ciment carrées. Elles sont offertes en différentes dimensions. Voici des illustrations des trois plus petits modèles disponi-bles :



   a) Demander aux élèves de représenter concrètement les piscines illus-trées ci-dessus (avec des carreaux de deux couleurs, les pièces rouges représentant la piscine et les pièces blanches, les dalles).
   Ils devront :
   i) organiser les données dans un tableau dont les colonnes seront intitulées de la façon suivante :

Nº de la piscine (mesure d'un côté)	Nombre de carreaux rouges	Nombre de carreaux blancs	Nombre total de carreaux

   ii) représenter graphiquement :
      a. le nombre de carreaux rouges par rapport au numéro de la piscine;
      b. le nombre de carreaux blancs par rapport au numéro de la piscine.
   iii) décrire la forme des deux graphiques et préciser en quoi ils se ressemblent et en quoi ils sont différents (en parlant des domaines).
   b) Inviter les élèves à construire des tours (avec des cubes emboîtables) afin de représenter l'accroissement illustré dans la deuxième et la troisième colonne du tableau.
   c) Leur poser la question suivante et les inviter à expliquer leurs répon-ses : Quand le nombre de carreaux rouges sera-t-il égal au nombre de carreaux blancs? Les inviter à interpréter cette situation dans le contexte du problème.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C1 exprimer des problèmes sous forme d'équations et vice versa;

C2 modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires et quadratiques; **F6** résoudre des problèmes en modélisant des phénomènes réels;

C9 construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;

C5 tracer des graphiques en se fondant sur des énoncés, des tableaux et des données recueillies;

C8 relever, généraliser et appliquer des régularités;

C10 décrire des relations de la vie réelle illustrées graphiquement ainsi qu'au moyen de tableaux de valeurs et de descriptions écrites;

F10 se servir de l'interpolation, de l'extrapolation et des équations pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C1/C2/F6 Dans le passé, les élèves ont examiné des régularités et ils ont exprimé sous forme d'équations les relations observées dans ces régularités. Par exemple, compte tenu des phrases mathématiques suivantes :

$$\left.\begin{array}{l} 6(5) - 5(2) = P \\ 4(3) + 2(4) = P \\ 6(3) + 2 = P \end{array}\right)$$

il est possible de faire les généralisations suivantes :

$$\left(\begin{array}{l} 5n - 2(n - 1) = P \\ 3(n - 2) + 2(4) = P \\ 3n + 2 = P \end{array}\right.$$

C9/C5/C8 On s'attend à ce que les élèves puissent créer ou remplir des tableaux de valeurs et les analyser afin de relever des régularités. Par exemple, dans le cadre du problème portant sur les piscines carrées (consulter la page 93), ils ont construit un tableau (tel que celui qui est illustré à droite), dans lequel ils ont inscrit les données pertinentes. Lorsqu'on leur demande de décrire des régularités, il arrive souvent qu'ils remarquent d'abord la régularité verticale telle que le nombre de dalles blanches qui augmente par bonds de quatre dans la troisième colonne. Donc, s'ils doivent déterminer le nombre de dalles blanches que comportera la septième piscine, ils débuteront probablement au nombre « 20 » (correspondant aux 20 dalles blanches de la quatrième piscine), auquel ils ajouteront 3 fois 4 dalles. Ils affirmeront ainsi que la septième piscine compte 32 dalles.

Nº de la piscine (p)	Nbre de dalles rouges (r)	Nbre de dalles blanches (b)
1	1	8
2	4	12
3	9	16
4	16	20
.	.	.
.	.	.
7	49	32

Par contre, d'autres élèves décriront la régularité établissant un rapport entre le nombre de dalles rouges et le numéro de la piscine. La régularité horizontale peut être décrite en disant que « le nombre de dalles rouges correspond au carré du numéro de la piscine ». C'est cette régularité qui établit un rapport entre les deux variables et qui peut être exprimée sous forme d'équation ou de relation. Lorsque les élèves chercheront une régularité établissant un rapport entre le numéro de la piscine et le nombre de dalles blanches, ils noteront peut-être (particulièrement s'ils peuvent examiner la représentation graphique ou manipuler les carreaux algébriques) que le numéro de la piscine correspond au nombre d'unités de périmètre de l'un des côtés de celle-ci. Donc, s'ils déterminent le périmètre de la piscine (soit le numéro de la piscine multiplié par 4) et qu'ils ajoutent les quatre dalles placées aux quatre coins, ils obtiendront le nombre total de dalles blanches : numéro de la piscine multiplié par 4, + 4 = nombre de dalles blanches. Ce raisonnement mène à l'équation $b = 4p + 4$.

suite...

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C1/C2/F6/C9/C5/C8/C10/F10

1) Demander aux élèves de tracer des rectangles ayant un périmètre de 18 cm. Les inviter à construire un tableau dont les colonnes seront intitulées « longueur », « largeur » et « aire ».
Donner les consignes suivantes :
   a) Tracez un graphique illustrant de quelle façon la largeur varie en fonction de la longueur.
   b) Écrivez l'équation représentant cette relation.
   c) Construisez un tableau de valeurs afin d'illustrer de quelle façon l'aire varie en fonction de la longueur.
   d) Tracez un graphique illustrant cette relation.
   e) Décrivez la régularité.
   f) Discutez de l'emploi de données discrètes ou continues dans le cadre de la situation ci-dessus.

2) Présenter le problème suivant, qui porte sur la location d'une voiture.
Les membres de la famille LeBlanc viennent d'arriver en Europe, où ils passeront leurs vacances. Lorsque M. LeBlanc désire louer une voiture, on lui offre les deux possibilités suivantes :
   Option 1 : 25 $/jour plus 0,05 $ le kilomètre parcouru;
   Option 2 : 60 $/jour avec kilométrage illimité.
Demander aux élèves d'utiliser une feuille de calcul afin d'examiner le coût des deux options pour diverses distances parcourues. Poser les questions suivantes : À partir de quelle distance quotidienne l'option 2 devient-elle plus avantageuse? Si le tarif était de 0,12 $ le kilomètre et que la famille planifiait parcourir en moyenne 450 km tous les deux jours, et ce, pendant cinq jours, quelle option devrait-elle choisir? Inviter les élèves à expliquer leurs raisonnements.

3) Mentionner ce qui suit : Marie désire se mettre en forme. Le premier jour, elle fait 9 redressements assis, le deuxième jour, elle en fait 13, le troisième jour, 17 et le quatrième jour, 21. Si elle continue ainsi, combien de redressements assis fera-t-elle :
   a) le cinquième jour? b) le sixième jour? c) le dixième jour?
   d) le vingtième jour? e) le cinquantième jour? f) le soixantième jour?
Poser la question suivante : Quelles restrictions s'imposeront à mesure que cette régularité se poursuivra?

Interrogation papier-crayon

4) Mentionner que la station-service *Aux bons rabais* attire les clients en offrant des coupons-rabais accordant une réduction de 0,04 $ pour chaque achat d'essence d'une valeur de 1 $.

Valeur de l'essence achetée, v ($)	1	2	■	10	■
Valeur des coupons, c ($)	■	■	0,24	■	0,60

   Demander aux élèves :
   a) de reproduire le tableau et d'y ajouter les données manquantes;
   b) d'exprimer au moyen d'un énoncé la relation entre la valeur des coupons et la valeur de l'essence achetée;
   c) d'énoncer l'équation correspondante.

suite...

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C1 **exprimer des problèmes sous forme d'équations et vice versa;**

C2 **modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires et quadratiques; F6 résoudre des problèmes en modélisant des phénomènes réels;**

C9 **construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;**

C5 **tracer des graphiques en se fondant sur des énoncés, des tableaux et des données recueillies;**

C8 **relever, généraliser et appliquer des régularités;**

C10 **décrire des relations de la vie réelle illustrées graphiquement ainsi qu'au moyen de tableaux de valeurs et de descriptions écrites;**

F10 **se servir de l'interpolation, de l'extrapolation et des équations pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

...suite

C10 Parfois, le contexte d'une situation énonce une relation. En voici un exemple : René loue des planches à neige au tarif horaire de 3,50 $ et il exige un dépôt non remboursable de 2 $. Combien coûtera la location d'une planche à neige pendant 2 heures? 3 heures? 6 heures? 10 heures? Les élèves peuvent construire un tableau ou une représentation graphique pour répondre à ces questions. En examinant la régularité ou l'énoncé du problème, ils devraient pouvoir affirmer que le coût total de la location correspond à un dépôt de 2 $ + 3,50 $ l'heure, soit $c = 2 + 3{,}50h$.

F10 En outre, ils peuvent trouver les réponses au moyen de l'équation. Ainsi, le coût de location pendant dix heures est le suivant :

$$\begin{aligned} c &= 2 + 3{,}50\,(10) \\ &= 2 + 35{,}0 \\ &= 37 \text{ Þ } 37{,}00\ \$ \end{aligned}$$

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

...suite

5) Étant donné l'équation $y = \frac{1}{2}x + 5$, demander aux élèves :

   a) de décrire la relation au moyen d'un énoncé;
   b) de formuler un problème qui pourrait être résolu à l'aide de cette équation.

Portfolio

6) Mentionner que les tarifs d'une entreprise de taxi sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

Longueur du trajet (km)	5	10	15
Coût total ($)	9,25	15,50	21,75

Demander aux élèves :

a) de reporter ces points sur une grille de coordonnées;
b) de discuter afin de déterminer si ces points devraient être reliés;
c) de déterminer l'équation correspondante;
d) d'expliquer pourquoi le graphique ne débute pas à l'origine;
e) de prévoir combien coûteront des trajets de 7 km et de 30 km en se fondant sur l'équation;
f) d'expliquer la signification de la pente de la droite.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C16 **interpréter la solution d'une équation selon le contexte;**

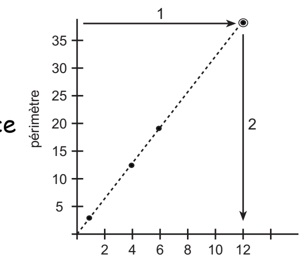
C15 **élaborer et appliquer des stratégies de résolution de problèmes;**

F10 **se servir de l'interpolation, de l'extrapolation et des équations pour faire des prévisions et résoudre des problèmes;**

C25 **résoudre graphiquement des équations. Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C16/C15/F10/C25 En décrivant des régularités au moyen d'équations et en utilisant des représentations graphiques, des tableaux et des équations pour interpoler et extrapoler, les élèves acquièrent des stratégies de « résolution de problèmes ». Par exemple, lorsqu'ils prévoient le nombre de pièces de forme trapézoïdale dont est formée une série d'éléments ayant un périmètre de 38 unités, ils peuvent extrapoler à partir d'un graphique, tel qu'illustré sur le schéma. Ils peuvent aussi se servir de l'équation p = 3n + 2, où p = 38, puis résoudre 38 = 3n + 2. Cependant, certains élèves de ce niveau éprouvent de la difficulté à résoudre symboliquement une telle équation. Il sera peut-être préférable qu'ils débutent en examinant la représentation graphique et en tentant d'établir un lien avec l'équation 38 = 3n + 2. La ligne horizontale (indiquée par le chiffre 1) représente l'équation p = 38. Inviter les élèves à l'ajouter à leurs représentations graphiques. La ligne pointillée passant par les points correspond à la régularité linéaire 3n + 2 = p. Inviter les élèves à la tracer aussi. Les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites sont (12, 38). Leur demander d'interpréter la signification de ce point. (Nota : Ils peuvent utiliser un outil technologique à capacité graphique et trouver le point d'intersection à l'aide de la fonction à cet effet.)



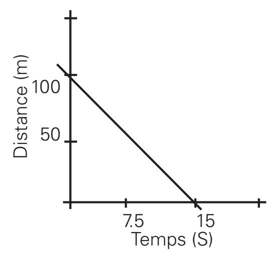
Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C16/F10/C25/C15

Performance

1) Mentionner que la représentation graphique reproduite à droite illustre la relation entre le temps d'une course et la distance jusqu'à la ligne d'arrivée. Inviter les élèves à répondre aux questions suivantes, au moment où ils aperçoivent Julie, qui s'approche de la ligne d'arrivée.



   a) À quelle distance se trouve-t-elle de la ligne d'arrivée au moment où vous l'apercevez? Expliquez votre raisonnement.

   b) Augmente-t-elle sa vitesse vers la fin de la course (court-elle à pleine vitesse jusqu'à la ligne d'arrivée)? Expliquez votre raisonnement.

   c) En combien de temps Julie franchit-elle les cent derniers mètres? Expliquez votre raisonnement.

   d) Quelle distance lui reste-t-il à parcourir cinq secondes avant la fin?

   e) En combien de temps franchit-elle les soixante derniers mètres? Expliquez votre raisonnement.

   f) En supposant qu'elle maintient une vitesse constante, en combien de temps franchit-elle les cent cinquante derniers mètres? Expliquez votre raisonnement.

2) Deux entreprises louent des voitures. Les prix de l'entreprise A sont fondés sur la formule suivante : $c = 0{,}12d + 39{,}95$, où c représente le coût de location en dollars et d, la distance parcourue en kilomètres.

   Ceux de l'entreprise B sont fondés sur la formule suivante : $c = 014d + 29{,}95$.

   Poser les questions suivantes :

   a) Si vous disposez de 150 $, de quelle entreprise devriez-vous louer une voiture? Expliquez votre raisonnement.

   b) Si vous devez parcourir 400 kilomètres en un jour, avec quelle entreprise devriez-vous faire affaire? Expliquez votre raisonnement.

Journal/interrogation papier-crayon

3) Mentionner que Rachelle n'était pas en classe vendredi. Demander aux élèves d'indiquer comment ils lui expliqueraient la façon de résoudre l'équation $-5n + 3 = 13$ à l'aide de représentations graphiques.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10[e] année, l'élève devra pouvoir :

B1 **représenter (au moyen de matériel concret et de représentations imagées) et exprimer les relations qui existent entre les opérations arithmétiques et les opérations sur des expressions et des équations algébriques;**

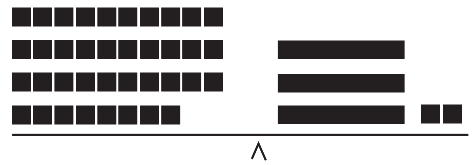
B3 **réaliser des opérations sur des polynômes à l'aide de matériel concret, de représentations imagées et de symboles algébriques;**

A6 **appliquer les propriétés des nombres aux opérations sur les expressions et les équations;**

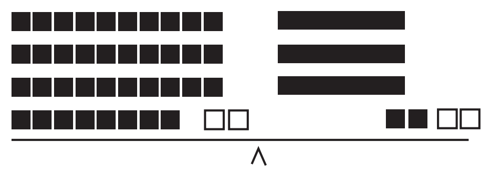
C16 **interpréter la solution d'une équation selon le contexte;**

C27 **résoudre des équations linéaires, radicales simples, exponentielles et valeur absolue ainsi que des inéquations linéaires.**

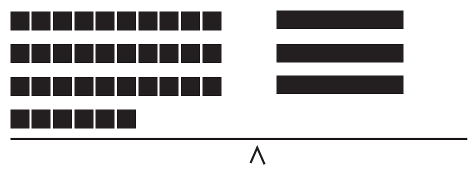
Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions



B1/B3/A6/C27 Afin d'aider les élèves à comprendre comment travailler en mode symbolique, il est bon de leur demander de représenter une équation telle que $38 = 3n + 2$ avec des carreaux (sur une balance). Il faut qu'ils comprennent qu'il doit rester ▬ sur l'un des côtés de la balance, car cela représente la variable *n*. Tout ce qui sera de l'autre côté représentera la valeur de *n*.

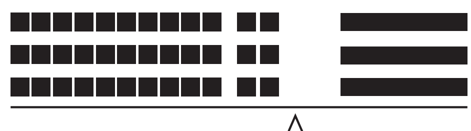


Premièrement, il faut retirer ■ ■ du côté droit. Cela est fait en appliquant le modèle zéro (soit l'addition de l'opposé aux deux côtés). Représentation symbolique du retrait de 2 unités $\rightarrow 38 + (-2) = 3n + 2 + (-2)$



Réaliser la simplification.

Symboles $\rightarrow 36 = 3n$



Répartition des éléments en trois rangées égales afin de pouvoir diviser.

Symboles $\rightarrow \frac{36}{3} = \frac{3n}{3}$

Lecture de l'une des trois rangées égales.

Symboles $\rightarrow 12 = n$

C16 Si l'équation est donnée en rapport avec un contexte précis, les élèves doivent formuler leurs résultats en conséquence. Il est bon que ces derniers s'exercent à résoudre des équations au moyen de matériel concret et à les noter en mode symbolique.

C27 Dans le passé, les élèves ont résolu des équations (telles que l'équation susmentionnée) à l'aide de carreaux et il se peut qu'ils soient capables de le faire sans matériel concret. L'objectif est qu'ils parviennent à résoudre des équations en mode symbolique, sans utiliser les carreaux. Il est bon de permettre cette transition dès qu'ils font preuve de leur habileté en ce sens.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

B1/B3/A6/C27

Interrogation papier-crayon

1) Marc dit qu'il sait comment utiliser une représentation graphique pour résoudre une équation, mais il affirme avoir besoin d'aide pour le faire de façon algébrique. Demander aux élèves de se servir d'illustrations ou de matériel de manipulation, ou des deux, pour l'aider à résoudre les équations suivantes :

   a) $-5n + 3 = 13$

   b) $2(x + 3) = -2$

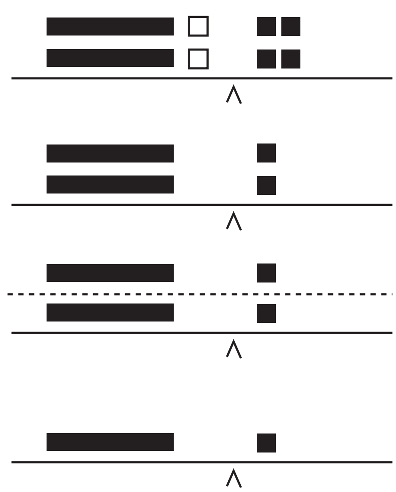
2) Julie dit qu'elle ne comprend pas comment modéliser l'expression « divisé par 3 » dans l'équation $3x = 6$. Elle précise qu'elle comprend que $3x = 6$ peut être représenté de la façon suivante :

   Demander aux élèves de poursuivre sa démarche afin qu'elle comprenne de quelle façon $\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$ est lié à la manipulation des carreaux.

B1/B3/A6/C27

3) Demander aux élèves de relever l'erreur dans la solution ci-dessous et de montrer comment la corriger. Question : Résoudre $2(x - 1) = 4$.

Solution :



$2(x - 1) = 4$

$2x - 2 - 2 = 4 - 2$

$2x = 2$

$\frac{2x}{2} = \frac{2}{2}$

$x = 1$

C16

4) a) Demander aux élèves de formuler un problème concret qui peut être modélisé par l'équation énoncée au numéro 3 ci-dessus.

   b) Les inviter à expliquer la signification de la solution en rapport avec le contexte.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C15 élaborer et appliquer des stratégies de résolution de problèmes;

C27 résoudre des équations linéaires, radicales simples, exponentielles et valeur absolue ainsi que des inéquations linéaires;

C3 recueillir des données, les représenter graphiquement en utilisant les échelles appropriées et faire preuve de sa compréhension des variables indépendante et dépendante ainsi que du domaine et de l'image;

C16 interpréter la solution d'une équation selon le contexte.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C15/C27 Les élèves doivent élargir leurs répertoires de stratégies de résolution de problèmes en résolvant des problèmes inhabituels et en discutant des diverses stratégies employées. Par conséquent, il est important de présenter des problèmes ouverts qui comportent des solutions multiples (plus d'une réponse et plus d'une stratégie appropriée). En outre, il est important qu'ils aient l'occasion de présenter leurs démarches et leurs solutions à la classe afin de mettre en commun les différentes façons de résoudre des problèmes.

L'approche algébrique est l'une des stratégies à poursuivre et à approfondir à mesure que l'année progresse. Certains élèves continueront à se servir des carreaux plus longtemps que d'autres, mais il arrive souvent que ce matériel ne soit pas adéquat, vu, entre autres, la taille des nombres. Il faut encourager les élèves non seulement à utiliser une approche algébrique, mais aussi à maîtriser les manipulations algébriques de toutes sortes. Il est bon aussi de les inciter à dégager des régularités et à généraliser dans le contexte des situations explorées en vue d'énoncer des équations à résoudre.

Lorsqu'ils utilisent une approche algébrique, ils doivent soigneusement relever les variables avant de tenter d'écrire leurs équations. Cette façon de procéder leur permet de bien comprendre le problème. En outre, après avoir résolu une équation, ils devront vérifier la vraisemblance de la réponse obtenue et communiquer celle-ci en rapport avec le contexte du problème.

(Nota : Le résultat d'apprentissage **C27** traite d'une diversité d'équations et d'inéquations. À ce stade, les élèves résoudront uniquement des équations linéaires. D'autres équations et des inéquations seront résolues ultérieurement dans le cadre de la présente unité ou d'unités subséquentes.)

C3/C16 On s'attend à ce que les élèves écrivent des équations représentant des situations et qu'ils déterminent les équations correspondant à des modèles graphiques de relations linéaires. Une fois qu'ils auront énoncé une équation linéaire, ils s'en serviront pour faire des prévisions. Lorsqu'ils modélisent des situations, ils doivent comprendre quelle variable est indépendante et laquelle est dépendante, quel domaine est adéquat et ce que représentent la pente et les coordonnées à l'origine, compte tenu du contexte.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C15/C27

Performance

1) Inviter les élèves à tracer des rectangles ayant un périmètre de 18 cm et à construire un tableau indiquant la base et la hauteur. Donner les consignes suivantes :

   a) Tracez un graphique illustrant la hauteur en fonction de la base;

   b) Écrivez l'équation représentant cette relation.

   c) En vous servant de cette équation, déterminez la hauteur lorsque la base mesure 5 cm.

   d) En vous servant de cette équation, déterminez la base lorsque la hauteur mesure 6 cm.

   e) En vous servant de cette équation, déterminez la base lorsque la hauteur correspond :

      i) au double de la base;

      ii) à trois de plus que le double de la base;

      iii) aux deux tiers de la moitié de la base moins deux cinquièmes de centimètre.

2) Présenter le problème suivant, qui porte sur la location d'une voiture.

   Les membres de la famille LeBlanc viennent d'arriver en Europe, où ils passeront leurs vacances. Lorsque M. LeBlanc désire louer une voiture, on lui offre les deux possibilités suivantes :

   Option 1 : 45 $/jour plus 0,12 $ le kilomètre parcouru;

   Option 2 : 39,95 $/jour plus 0,15 $ le kilomètre parcouru.

   Demander aux élèves :

   a) de présenter chaque option sous la forme d'une équation;

   b) de préciser quelle option est la plus économique s'ils parcourent :

      i) 50 km, ii) 150 km, iii) 300 km;

   c) de préciser quelle option leur permettra de parcourir la plus grande distance s'ils désirent payer :

      i) 80 $, ii) 150 $, iii) 50 $.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C18 examiner et résoudre un problème en reproduisant graphiquement deux équations linéaires, avec et sans l'aide d'un outil technologique;

C25 résoudre graphiquement des équations;

C15 élaborer et appliquer des stratégies de résolution de problèmes;

C16 interpréter la solution d'une équation selon le contexte;

C17 résoudre des problèmes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C18/C25/C15/C16 Les élèves examineront brièvement la solution d'un problème en représentant graphiquement deux équations linéaires et en trouvant leur point d'intersection. (Ce sujet sera traité de façon plus approfondie dans le cadre d'une unité ultérieure du présent programme.)

C18/C25/C17 Les élèves peuvent résoudre une équation de la forme $3(x + 1) = 5(x - 1) + 3$ en représentant graphiquement chaque membre de l'équation et en déterminant le point d'intersection. L'abscisse du point d'intersection satisfait l'équation. On peut simplifier cette procédure en la réalisant à l'aide de la fonction d'une calculatrice graphique qui permet de trouver le point d'intersection.

C18 Dans certains contextes, les élèves auront à choisir, parmi deux situations données, celle qui convient le mieux. Pour ce faire, ils devront peut-être représenter chacune graphiquement et interpréter le point d'intersection. Par exemple, dans le cas du problème portant sur la location de planches à neige (p. 84), ils traceront le graphique correspondant à $c = 2 + 3,50$ \$/h. Si Rachel ouvre une boutique semblable, où le coût de location est exprimé par la relation $c = 8 + 1,50$ \$/h, ils pourront tracer le graphique correspondant et interpréter le point d'intersection, ce qui les aidera à déterminer où louer leurs planches à neige.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C18/C25/C15/C16

Performance

1) Mentionner que les tarifs de deux entreprises de taxi sont calculés différemment, soit :
   Entreprise A : frais fixe de 2,00 $ plus 1,50 $ le kilomètre;
   Entreprise B : frais fixe de 2,50 $ plus 1,40 $ le kilomètre.
   Ajouter que chacune de ces méthodes de tarification peut être exprimée sous la forme d'une équation. Demander aux élèves :
   a) de mentionner l'équation correspondant à chacune des méthodes;
   b) de tracer les graphiques correspondants;
   c) de répondre aux questions suivantes :
      i) Quel taxi prendriez-vous pour vous rendre à une réunion qui se déroulera à 6,5 kilomètres de votre point de départ? Expliquez votre raisonnement.
      ii) Quel taxi prendriez-vous pour vous rendre à une réunion qui se déroulera à 4 kilomètres de votre point de départ? Expliquez votre raisonnement.
      iii) Quel taxi prendriez-vous pour vous rendre à une réunion qui se déroulera à 5 kilomètres de votre point de départ? Expliquez votre raisonnement.
2) Mentionner ce qui suit : René loue des planches à neige au tarif de 2,75 $ l'heure, plus un frais fixe de 20 $. Rachel en loue aussi, à 1,50 $ l'heure seulement, mais elle exige un frais fixe de 50 $. Quant à Marc, il les loue au tarif de 10 $ l'heure, plus un frais fixe de 5 $.
   a) Demander aux élèves d'interpréter le point d'intersection des graphiques correspondant à une location auprès de René et de Rachel.
   b) Leur demander de mentionner de qui ils loueraient leurs planches à neige s'ils désiraient en faire pendant toute la fin de semaine. Les inviter à expliquer leurs raisonnements.
   c) Leur demander de préciser dans quelles conditions ils loueraient probablement une planche à neige auprès de Marc. Les inviter à expliquer leurs raisonnements.
   d) Les inviter à établir des tarifs pour leurs propres entreprises de location de planches à neige et à formuler des questions, qu'ils présenteront à leurs camarades.

Interrogation papier-crayon

3) Demander aux élèves de résoudre les équations suivantes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique, puis les inviter à expliquer leurs procédures.
   a) $2(2x - 1) + 5 = 3(x - 2) - 1$
   b) $3 - 2(3x - 2) = 5 + 3(4x - 1)$
   c) $\frac{2}{3}(x - 6) + \frac{1}{5}(2x - 3) = \frac{4}{5}(2x + 3)$

   Les inviter à exprimer leurs réponses sous forme fractionnaire, le cas échéant.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

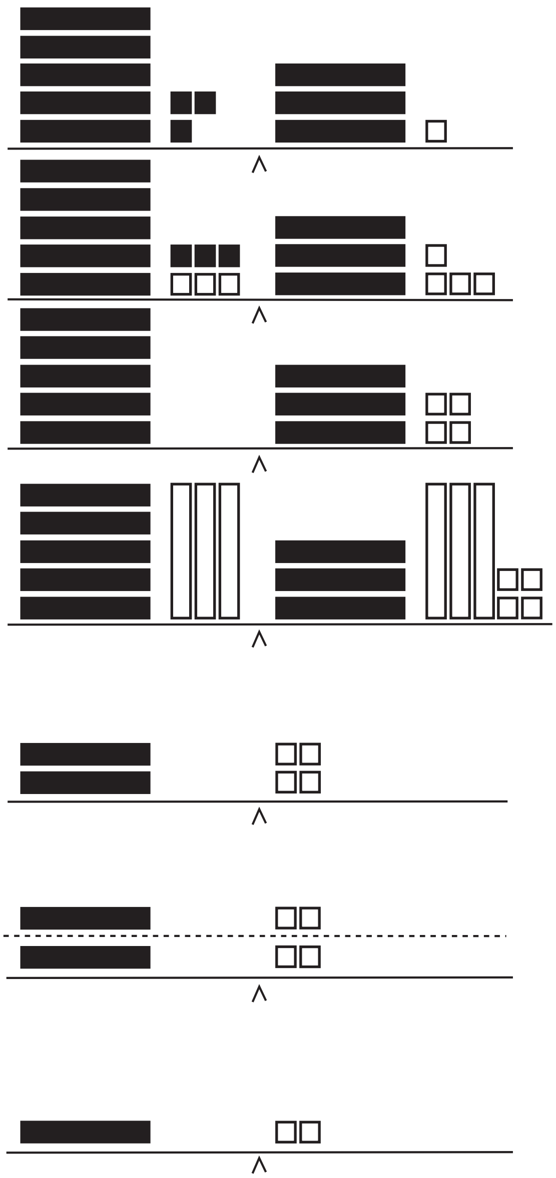
A6 **appliquer les propriétés des nombres aux opérations sur les expressions et les équations;**

B1 **représenter (au moyen de matériel concret et de représentations imagées) et exprimer les relations qui existent entre les opérations arithmétiques et les opérations sur des expressions et des équations algébriques;**

C27 **résoudre des équations linéaires, radicales simples, exponentielles et valeur absolue ainsi que des inéquations linéaires.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

A6/B1/C27 Les élèves continuent à se servir de matériel concret pour représenter des équations plus complexes et les résoudre. Ils doivent établir un lien entre la manipulation du matériel et les symboles. Par exemple, le schéma ci-dessous illustre leur raisonnement et ce qu'ils notent lorsqu'ils résolvent l'équation $5x + 3 = 3x - 1$.



$5x + 3 = 3x - 1$

$5x + 3 + (-3) = 3x - 1 + (-3)$

$5x = 3x - 4$

$5x + (-3x) = 3x + (-3x) - 4$

$2x = -4$

$\frac{2x}{2} = -\frac{4}{2}$

$x = -2$

(Consulter les pages 100 et 102, où il est question de l'importance d'encourager les élèves à maîtriser la manipulation du matériel algébrique et à résoudre des équations sous forme symbolique.)

Suite…

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

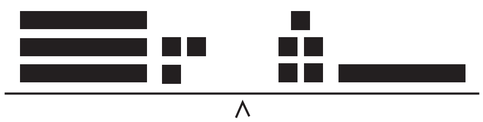
Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

B1/A6/C27

Interrogation papier-crayon

1) Mentionner que, pour résoudre l'équation ci-dessous, Julie et Émilie ne soustraient pas le même élément de chaque membre de l'équation. Demander aux élèves de préciser si les deux méthodes sont valables. Les inviter à expliquer leurs raisonnements.

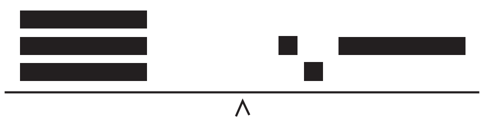
Julie :



$3x + 3 = 5 + x$

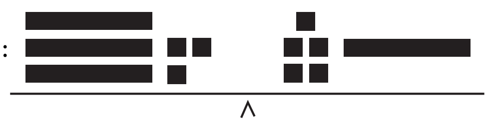
$-\,3 \qquad -3$

Julie :



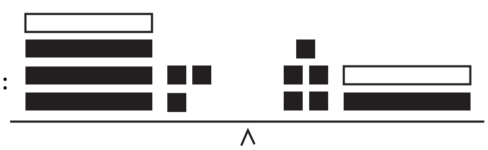
$3x = 2 + x$

Émilie :



$3x + 3 = 5 + x$

Émilie :



$3x + (-x) + 3 = 5 + x + (-x)$

B1/A6/C27

Performance

2) Préciser que, dans le problème ci-dessus, Julie et Émilie s'y prennent différemment pour résoudre l'équation $3(x + 1) = 5 + x$. Demander aux élèves de se servir de matériel concret ou d'illustrations et d'utiliser des symboles pour terminer la solution de Julie (à l'aide de la démarche d'Émilie) et celle d'Émilie (à l'aide de la démarche de Julie).

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

A6 **appliquer les propriétés des nombres aux opérations sur les expressions et les équations;**

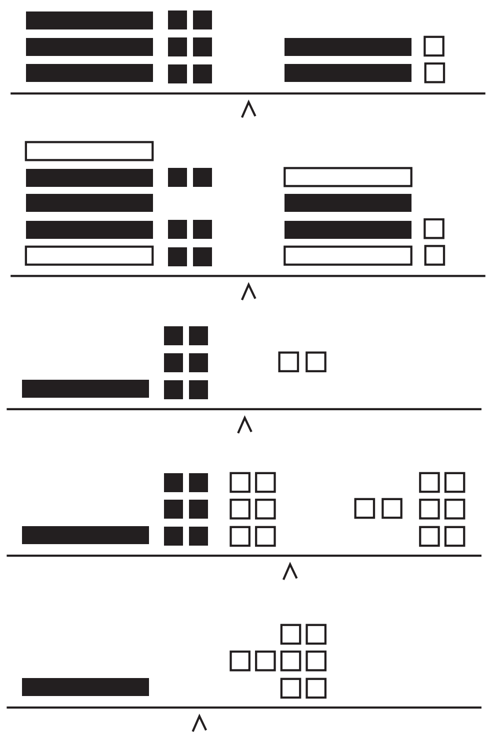
B1 **représenter (au moyen de matériel concret et de représentations imagées) et exprimer les relations qui existent entre les opérations arithmétiques et les opérations sur des expressions et des équations algébriques;**

C27 **résoudre des équations linéaires, radicales simples, exponentielles et valeur absolue ainsi que des inéquations linéaires.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

A6/B1/C7 (suite) Préciser que le schéma ci-dessous illustre une démarche de résolution similaire, dans laquelle l'équation initiale comporte des expressions entre parenthèses.

$3(x + 2) = 2(x - 1)$



$3(x + 2) = 2(x - 1)$

ou

$3x + 6 = 2x - 2$

$3x + (-2x) + 6 = 2x + (-2x) - 2$

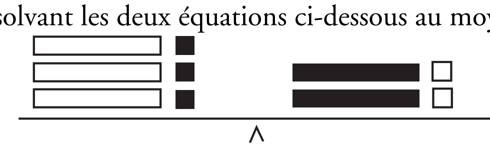
$x + 6 = -2$

$x + 6 + (-6) = -2 + (-6)$

$x = -8$

Il restera parfois une bande *x* noire sur le côté droit ou une bande *x* blanche sur le côté droit ou gauche. Inviter les élèves à examiner cette situation en résolvant les deux équations ci-dessous au moyen de carreaux et de symboles :

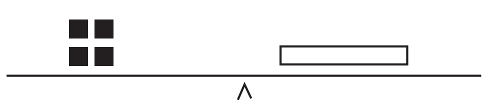
a)



Symboles

[$-3x + 3 = 2x - 2$]

b)



[$4 = -x$]

Comme il existe plusieurs façons de terminer et de noter ces équations, il est bon d'inviter les élèves à présenter leurs différentes solutions à la classe.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

B1/A6/C27

Performance

1) Demander aux élèves de résoudre les équations suivantes à l'aide de matériel concret et en mode symbolique ou à l'aide d'illustrations et en mode symbolique, en montrant toutes les étapes.

   a) $3(x + 1) = 6(x - 1)$

   b) $2(x - 2) = 4\ (x + 1)$

   c) $2(2x - 5) = 3(2 - x)$

   d) $3(5 - 2x) = 2(x - 2) + 1$

2) Les inviter à expliquer, en se servant d'illustrations, pourquoi $3(2x - 1)$ correspond à $6x - 3$.

A6

Interrogation papier-crayon

3) Mentionner ce qui suit : Sophie désire prendre un taxi, mais elle ne sait pas à quelle entreprise faire appel. Dans une brochure, elle obtient les renseignements suivants sur les tarifs. Les Taxis jaunes exigent un frais fixe de 2,50 $ plus 0,05 $ pour chaque 15 secondes de déplacement. Quant aux Taxis verts, leur frais fixe est de 3,00 $, auquel il faut ajouter 0,03 $ pour chaque 10 secondes de déplacement.

   a) Demander aux élèves de déterminer le tarif le plus avantageux pour un déplacement qui durera environ :

      i) 15 minutes;

      ii) 30 minutes.

   b) Poser la question suivante : Existe-t-il un nombre de minutes pour lequel le coût d'un déplacement sera le même? Les inviter à expliquer leurs raisonnements.

B1/C27/A6

Journal

4) Demander aux élèves d'expliquer comment terminer la résolution d'une équation si la dernière étape réalisée est la suivante :

   a) $7 = 1 - 5x$

   b) $3 = \frac{2}{3}x$

   c) $-3x + \frac{1}{2} = 4$

   d) $-5 = \frac{2}{5}(-3) + x$

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10^e^ année, l'élève devra pouvoir :

A2 **analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;**

C33 **faire une représentation graphique en construisant un tableau de valeurs, en se servant d'un outil technologique et, lorsque cela est approprié, en utilisant la méthode de la pente et de l'ordonnée à l'origine;**

C28 **explorer et décrire la variation illustrée dans des tableaux et des représentations graphiques;**

E8 **faire appel au raisonnement inductif et déductif dans le cadre de l'observation de régularités, de l'élaboration de propriétés et de la formulation d'hypothèses;**

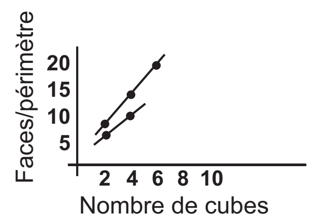
C13 **déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine d'une droite en se fondant sur un tableau de valeurs ou une représentation graphique;**

C14 **déterminer l'équation d'une droite au moyen de la pente et de l'ordonnée à l'origine.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

La prochaine section traite de l'analyse des relations linéaires et des graphiques qui les représentent ainsi que de la résolution d'équations linéaires par l'entremise des relations correspondantes. Ces concepts et ces procédés sont expliqués en rapport avec le programme de base de la page 110 à la page 117. Toutefois, il se peut qu'il soit préférable pour certains élèves de se concentrer sur des représentations moins abstraites de ces concepts mathématiques et d'accorder une attention moins grande à l'analyse technique et à la manipulation des symboles. Par conséquent, une forme modifiée de la section est présentée aux pages 118 à 121, à utiliser au besoin.

A2/C33/C28/E8/C13/C14 Dans le cadre de l'activité portant sur le « train de cubes » (page ??), les élèves ont déterminé deux équations en examinant des régularités dans des tableaux de valeurs. Ainsi, le nombre de faces visibles est fonction du nombre de wagons que compte le train ($3w + 2 = f$) et le périmètre du dessus du train dépend aussi du nombre de wagons ($2w + 2 = p$).



Lorsque ces équations sont représentées graphiquement, les élèves doivent discuter, dans chaque cas, de la signification du coefficient de w (w étant le nombre de wagons). Par exemple, le nombre de faces visibles peut être représenté par l'équation $3w + 2 = f$, car le nombre 3 représente les trois faces apparentes de chacun des cubes qui composent le train. Sur la représentation graphique, le nombre « 3 » représente l'augmentation du nombre de faces visibles chaque fois qu'un cube est ajouté. Les élèves observeront que le graphique illustrant le périmètre du dessus du train est moins incliné. En effet, le périmètre augmente uniquement de deux unités chaque fois qu'un cube est ajouté. Ainsi, ils pourront émettre l 'hypothèse que le coefficient de la variable indépendante représente le taux de variation d'une situation, ou la pente de la droite. Faces/périmètre Nombre de cubes

De même, ils peuvent émettre l'hypothèse que, dans chacune des équations ci-dessus, « +2 » représente la valeur initiale (ou ordonnée à l'origine) lorsque les droites sont prolongées vers la gauche. Ils devront discuter de la vraisemblance d'une telle possibilité.

Il arrive que l'on puisse facilement déterminer des équations en se basant sur l'énoncé d'une situation. Par exemple, dans le problème portant sur la location de planches à neige (p. 84), les élèves ont déterminé que, comme un dépôt de 2 \$ est exigé, le point (0, 2) doit nécessairement appartenir au graphique. Ensuite, chaque point suivant comporte une augmentation de 3,50 \$ (élévation de 3,50 \$, distance de 1 heure). Donc, l'inclinaison ou la pente est déterminée par ce rapport et l'équation peut être écrite sous la forme suivante : $c = 2 + 3{,}50$ \$/h.

Suite...

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

A2/C33/C28/E8

Performance

1) A. Demander aux élèves de tracer le graphique correspondant aux équations suivantes en se servant de la pente et de l'ordonnée à l'origine, puis les inviter à vérifier leurs réponses à l'aide d'un outil technologique.

i) $y = 3x + 2$
ii) $y = 5x + 2$
iii) $y = -1x + 2$

Donner les consignes suivantes :

a) Examinez les trois graphiques. Précisez en quoi ils sont semblables et en quoi ils sont différents.
b) Examinez les trois équations. Précisez en quoi elles sont semblables et en quoi elles sont différentes.
c) Quel est le lien entre les équations et les graphiques? Qu'est-ce qui influe sur l'inclinaison d'un graphique?
d) Quelle est l'ordonnée à l'origine? Expliquez votre réponse.
e) Formulez une équation pour vérifier vos constatations.

B. Demander aux élèves de se servir de la pente et de l'ordonnée à l'origine pour représenter graphiquement les équations ci-dessous, puis les inviter à vérifier leurs réponses à l'aide d'un outil technologique.

i) $y = 2x - 5$
ii) $y = 2x - 1$
iii) $y = 2x + 3$

Donner les consignes suivantes :

a) Examinez les trois graphiques. Précisez en quoi ils sont semblables et en quoi ils sont différents.
b) Examinez les trois équations. Précisez en quoi elles sont semblables et en quoi elles sont différentes.
c) Précisez quelle hypothèse vous pourriez faire.
d) Formulez une équation pour vérifier votre hypothèse.
e) Vu que la valeur de *m* est la même, précisez quelle hypothèse vous pourriez faire au sujet des graphiques ayant la même pente.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

A : En 10[e] année, l'élève devra pouvoir :

A2 **analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;**

C33 **faire une représentation graphique en construisant un tableau de valeurs, en se servant d'un outil technologique et, lorsque cela est approprié, en utilisant la méthode de la pente et de l'ordonnée à l'origine;**

C28 **explorer et décrire la variation illustrée dans des tableaux et des représentations graphiques;**

E8 **faire appel au raisonnement inductif et déductif dans le cadre de l'observation de régularités, de l'élaboration de propriétés et de la formulation d'hypothèses;**

C13 **déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine d'une droite en se fondant sur un tableau de valeurs ou une représentation graphique;**

C14 **déterminer l'équation d'une droite au moyen de la pente et de l'ordonnée à l'origine.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C14/C33 (suite)

$$\text{pente} \Rightarrow \frac{\text{élévation}}{\text{distance}} \Rightarrow \frac{\text{variation verticale}}{\text{variation horizontale}}$$

Les élèves doivent pouvoir définir la pente d'un graphique comme étant le rapport de l'élévation à la distance et comprendre que cette valeur correspond au coefficient (m) de la variable indépendante lorsque l'équation est écrite sous la forme $y = mx + b$. La variable b, soit l'ordonnée à l'origine, qui représente la valeur de y lorsque $x = 0$, est parfois la valeur initiale d'une situation. En établissant ces liens, les élèves devraient pouvoir écrire les équations définissant des graphiques et se servir des valeurs de m et de b pour représenter graphiquement des équations.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C13/C14/C33 (suite)

Interrogation papier-crayon

2) Préciser que les tableaux des valeurs de x et de y ci-dessous décrivent des relations et que les équations définissent aussi des relations. Demander aux élèves d'associer chaque tableau à l'équation correspondante, dans la mesure du possible.

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	-6	-3	0	3	6

b)

x	-2	-1	0	1	2
y	-7	-4	-1	2	5

c)

x	-1	3	7	11	15
y	5	2	-1	-4	-7

d)

x	-2	-1	0	1	2
y	-7	-2	3	8	13

i) $y = 3x - 1$

ii) $y = 5x + 3$

iii) $4y = -3x + 17$

iv) $y = 3x$

v) $2y = 5x + 3$

3) Mentionner que, après avoir recueilli ces données, Michel s'en servira pour déterminer l'équation de la droite qui les représente. Demander aux élèves d'expliquer comment il procédera.

x	12	14	16	18	20
y	35	41	47	53	59

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C32 déterminer si une relation est linéaire en représentant graphiquement les données correspondant à une situation;

C29 explorer l'inclinaison et l'orientation d'une droite, et émettre et vérifier des hypothèses à ce sujet;

C24 formuler des équations différemment.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C32 À ce stade, les élèves doivent être en mesure de dire si un ensemble de points représente ou non une relation linéaire en examinant la représentation graphique correspondante. Ils doivent pouvoir relever une régularité en observant des points représentant des données linéaires, c.-à-d. la constance du rapport de l'élévation à la distance. Ils ont découvert que la valeur de m dans l'équation $y = mx + b$ représente la pente de la droite. Si la valeur de m est la même pour plusieurs droites, celles-ci ont la même pente et elles sont nécessairement parallèles. Lorsqu'une équation peut être exprimée sous la forme $y = mx + b$, il s'agit d'une relation linéaire. Lorsque le rapport de l'élévation à la distance entre des points consécutifs est constant, ces points forment une droite.

C29 En examinant plusieurs graphiques linéaires, les élèves ont remarqué que, à mesure que la valeur de m est modifiée, l'inclinaison du graphique change. La pente d'une droite horizontale est égale à zéro et, à mesure que la valeur de m augmente, l'inclinaison (du coin inférieur gauche au coin supérieur droit) s'accentue. Lorsque le graphique devient vertical, sa pente est non définie (étant donné que la distance entre les points consécutifs est égale à zéro et que le résultat d'une division par zéro est non défini). Les pentes négatives se comportent de la même façon. Ainsi, à mesure que la valeur de m augmente, la pente (du coin supérieur gauche au coin inférieur droit) devient de plus en plus prononcée. Les élèves doivent comprendre que les graphiques ayant des pentes de valeurs opposées (p. ex. les graphiques définis par les équations $y = \frac{3}{4}x$ et $y = -\frac{3}{4}x$) sont la réflexion l'un de l'autre par rapport à l'axe des y.

C24 En outre, ils doivent pouvoir transformer des équations linéaires de façon à les exprimer sous la forme $y = mx + b$ à des fins de représentation graphique et pour déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine. Parfois, dans certains contextes, les équations doivent être exprimées avec des coefficients entiers. Les élèves doivent donc être en mesure de transformer une équation de la forme $y = mx + b$ de façon à la présenter sous la forme générale $ax + by + c = 0$. Par exemple :

1)
$$\begin{aligned}
3x - 2y - 5 &= 0\\
3x - 2y - 5 - 3x &= -3x\\
-2y - 5 &= -3x\\
-2y - 5 + 5 &= -3x + 5\\
-2y &= -3x + 5\\
y &= \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}
\end{aligned}$$
[division par -2]

2)
$$\begin{aligned}
y &= \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}\\
6y &= 6\left(\frac{2}{3}\right)x - 6\left(\frac{1}{2}\right)
\end{aligned}$$
[multiplication de chaque terme par 6]
$$6y = 4x - 3$$
[simplification]
$$6y - 4x + 3 = 0$$
[formulation différente]

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

Ressources suggérées

C23/C24

Performance

1) Demander aux élèves de nommer trois paires ordonnées pour chaque équation (avec trois paires, il sera plus facile de déterminer s'il s'agit d'une relation linéaire ou non), de reporter les points correspondants sur une grille, d'émettre une hypothèse à savoir s'il s'agit d'une relation linéaire ou non, puis de vérifier leurs hypothèses à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique.

   a) $y = x^2 + 2$

   b) $2x = y$

   c) $3x^2 - 2x + 1 = y$

   d) $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

   e) $y = 2 - x^3$

   f) $y = 4x - 2$

   g) $\frac{2}{x} = y$

   h) $y + 3 = 0$

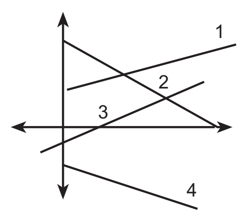
   i) $y = \frac{1}{2} - x$

   j) $y = \sqrt{2} - x$

C29/C32

Entretien

2) Demander à l'élève d'associer chaque segment à l'une des expressions suivantes :
   a) taux de variation positif, valeur initiale positive;
   b) taux de variation négatif, valeur initiale la plus petite;
   c) taux de variation positif, valeur initiale négative;
   d) taux de variation négatif, valeur initiale positive.



C32

Interrogation papier-crayon

3) Mentionner qu'Érika a économisé 2 $ en une semaine, 4 $ la semaine suivante, 6 $ la semaine subséquente et ainsi de suite pendant un certain nombre de semaines consécutives. Demander aux élèves :
   a) de remplir le tableau suivant :

Semaine s	1	2	3	4	5	6	7
Économies totales t ($)	2	6	■	■	■	■	■

   b) de tracer le graphique correspondant;
   c) de préciser s'il s'agit d'une relation linéaire et d'expliquer pourquoi.

Portfolio

4) a) Demander aux élèves d'expliquer l'incidence sur la représentation graphique de l'équation $y = mx + 1$ à mesure que la valeur de m change.
   b) Les inviter à préciser ce qu'est, selon eux, la pente i) d'une droite verticale et ii) d'une droite horizontale. Ils devront fournir des explications dans chaque cas.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10[e] année, l'élève devra pouvoir :

C25 résoudre graphiquement des équations;

C31 représenter graphiquement des équations et des inéquations et analyser ces représentations avec et sans l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;

C27 résoudre des équations linéaires, radicales simples, exponentielles et valeur absolue ainsi que des inéquations linéaires;

C9 construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;

E4 appliquer des transformations dans le cadre de la résolution de problèmes;

C17 résoudre des problèmes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;

C15 élaborer et appliquer des stratégies de résolution de problèmes.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C25/C31/C27/C9 Les élèves ont appris que, lorsqu'une équation linéaire est exprimée sous la forme $y = mx + b$, la variable b représente l'ordonnée à l'origine. Par conséquent, s'ils désirent nommer l'ordonnée à l'origine d'une droite, il leur suffit de lire la valeur de b dans l'équation ayant une telle forme. Ils savent aussi que cette valeur est parfois appelée la valeur initiale. Ils doivent comprendre qu'il s'agit de la valeur de y lorsque $x = 0$ (par conséquent, on peut la trouver en attribuant la valeur zéro à x dans l'équation).

En outre, ils doivent comprendre que l'abscisse à l'origine peut être déterminée de façon algébrique en remplaçant y par zéro dans l'équation. L'abscisse à l'origine n'est pas « visible » dans certaines équations linéaires.

Ils doivent aussi comprendre qu'ils peuvent résoudre des équations à l'aide de l'abscisse à l'origine sur des représentations graphiques. Par exemple, s'ils doivent résoudre l'équation $3(2x - 5) + 2 = 2(2x - 1) + 4$, ils peuvent simplifier l'équation et la reformuler de façon à ce qu'elle soit égale à zéro :

$6x - 15 + 2 = 4x - 2 + 4$
$6x - 4x - 13 = 2$
$2x - 15 = 0$

Ils peuvent ensuite représenter graphiquement $y = 2x - 15$ et trouver l'emplacement de l'abscisse à l'origine (y étant égal à zéro) pour résoudre l'équation. Ils peuvent aussi résoudre cette équation en représentant graphiquement le membre de gauche comme étant une relation et celui de droite, comme une autre relation, puis en trouvant la valeur de x au point d'intersection.

E4 En outre, ils doivent comprendre que cette même équation peut être exprimée par $2x - 13 = 2$, que l'on peut résoudre en représentant graphiquement $y = 2x - 13$ et en déplaçant l'axe des x vers le haut jusqu'à l'endroit où $y = 2$. Pour trouver la solution, ils liront la coordonnée à l'origine de l'axe des x déplacé.

C15/C17 Ils doivent aussi apprendre à se servir des outils technologiques pour résoudre des équations en déterminant la valeur de l'abscisse à l'origine. Par exemple, avec une calculatrice graphique TI-83, ils peuvent tracer un graphique pour trouver l'abscisse à l'origine ou employer « 1 : value » ou « 2 : zero » dans le menu CALC.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C25/C31/C27/C9/E4/C17/C15

Activité

1) Mentionner que le coût d'impression du journal de l'école peut être représenté par l'équation $c = 23 + 0{,}25p$, où p représente le nombre de pages et c, le coût en dollars.

   Donner les consignes suivantes :

   a) Indiquez quelle est la variable indépendante et expliquez pourquoi.
   b) Représentez graphiquement l'équation.
   c) Sur la représentation graphique, trouvez l'abscisse à l'origine et expliquez sa signification.
   d) Consultez la représentation graphique pour déterminer le nombre de pages correspondant à un coût de 28 $.
   e) Résolvez l'équation $0{,}25p + 23 = 32{,}5$ à l'aide de la représentation graphique. Interprétez la solution.
   f) Formulez un énoncé au sujet des valeurs comprises dans le domaine de cette équation.
   g) Formulez une équation ou une situation et posez une ou deux questions de façon à ce que votre partenaire fasse appel à ses connaissances sur l'abscisse à l'origine pour y répondre.

Interrogation papier-crayon

2) a) Demander aux élèves de résoudre chacune des équations ci-dessous à l'aide d'une représentation graphique. Les inviter à le faire de plus d'une façon. Ils devront ensuite expliquer leurs différentes démarches.

   i) $1{,}3\,(2m - 1) - 2{,}7\,(3m - 5) = [5{,}1\,(-2m + 1{,}3)]$

   ii) $\frac{2}{5}\left(10x + \frac{2}{3}\right) - \frac{3}{4}\left(6x - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}x + 2\right)$

   b) Leur demander de préciser de combien de façons ils peuvent résoudre ces équations.

   c) Les inviter à vérifier leurs réponses en mode symbolique.

3) Demander aux élèves de représenter graphiquement chacune des équations ci-dessous.

   a) $y = \frac{-3}{4}x + 6$

   b) $y = \frac{2}{3}x - 2$

   Les inviter à utiliser les représentations graphiques pour résoudre ces équations lorsque :
   i) $y = 0$;
   ii) $y = -2$;
   iii) $y = 4$.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

A2 analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;

C3 recueillir des données, les représenter graphiquement en utilisant les échelles appropriées et faire preuve de sa compréhension des variables indépendante et dépendante ainsi que du domaine et de l'image;

C2 modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires et quadratiques;

C13 déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine d'une droite en se fondant sur un tableau de valeurs ou une représentation graphique;

C14 déterminer l'équation d'une droite au moyen de la pente et de l'ordonnée à l'origine;

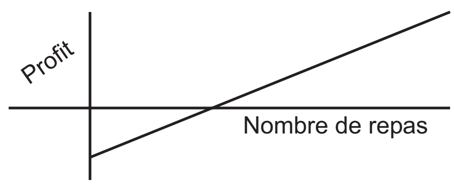
C32 déterminer si une relation est linéaire en représentant graphiquement les données correspondant à une situation.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

Les notions traitées de la page 110 à la page 117 sont présentées différemment sur les quatre prochaines pages, en cas de besoin. Consulter la page 110 pour obtenir des précisions à ce sujet.

A2/C3/C2 Tel que mentionné plus tôt (p. 88), il faut offrir aux élèves des occasions de représenter graphiquement des relations et de discuter de l'emplacement des points sur ces représentations graphiques, en précisant si cela permet ou non de décrire une relation. L'étude de représentations graphiques formées de données discrètes offre une occasion de parler des raisons pour lesquelles, dans certains contextes, le domaine et l'image ne comportent que des nombres naturels ou entiers. Pourquoi les points sont-ils parfois reliés? En quoi le fait de relier les points est-il associé au type de nombres dont sont composés le domaine et l'image? Lorsqu'on utilise des représentations de relations linéaires et non linéaires ou la fonction « window » d'une calculatrice graphique, il est bon de discuter des domaines et des images appropriés, compte tenu de la situation. Examiner, par exemple, le problème suivant : Le profit d'un restaurateur peut être représenté graphiquement en fonction du nombre de repas servis.

a) Pourquoi des valeurs négatives peuvent-elles être incluses sur l'axe des *y* (dans l'image)?



b) Quelle est la signification du point d'intersection entre le graphique et l'axe horizontal?

c) Le graphique suppose que la situation comporte des données continues. Est-ce le cas? Expliquez votre raisonnement.

C13/C14/C3/C32 On peut aussi présenter aux élèves le tableau de valeurs correspondant à une situation telle que celle qui est mentionnée ci-dessus, dont ils se serviront pour déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine. Ils doivent d'abord établir s'il s'agit de données linéaires ou non. Pour ce faire, ils reportent les points sur une grille afin de déterminer si le graphique semble représenter une relation linéaire. Ils remarquent ainsi que le profit augmente de 50 $ chaque fois que le nombre de repas augmente de 5 (c.-à-d. que le taux d'accroissement est constant).

Nombre de repas	Profit
5	- 150
10	- 100
15	-50
25	50
30	100

En prolongeant la régularité, ils peuvent ajouter le nombre « 0 » dans le tableau, soit aucun repas servi, et le profit correspondant, -200 $. Ils pourront ainsi déterminer l'ordonnée à l'origine. Ensuite, à l'aide de deux points, ils trouveront la pente : Pente = $\frac{\text{élévation}}{\text{distance}} = \frac{100 - 50}{30 - 25} = \frac{50}{5}$

Avec cette information, ils formuleront l'équation p = 10r - 200. Ils devront discuter de la raison pour laquelle il est approprié d'inclure des nombres réels négatifs dans l'image mais non dans le domaine.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

A2

Performance

1) Demander aux élèves de représenter graphiquement les équations ci-dessous à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique.
   i) $y = 3x + 2$
   ii) $y = 5x + 2$
   iii) $y = -1x + 2$

   Donner ensuite les consignes suivantes :
   a) Examinez les trois graphiques. Précisez en quoi ils sont semblables et en quoi ils sont différents.
   b) Examinez les trois équations. Précisez en quoi elles sont semblables et en quoi elles sont différentes.
   c) Quel est le lien entre les équations et les graphiques? Qu'est-ce qui influe sur l'inclinaison d'un graphique?
   d) Quelle est l'ordonnée à l'origine? Expliquez votre réponse.
   e) Formulez une équation pour vérifier vos constatations.

Portfolio

2) a) Demander aux élèves d'expliquer l'incidence sur la représentation graphique de l'équation $y = mx + 1$ à mesure que la valeur de m change.
   b) Les inviter à préciser ce qu'est, selon eux, la pente i) d'une droite verticale et ii) d'une droite horizontale. Ils devront fournir des explications dans chaque cas.

C13/C14

Interrogation papier-crayon

3) Précisez que les tableaux des valeurs de x et de y ci-dessous décrivent des relations et que les équations définissent aussi des relations. Demander aux élèves d'associer chaque tableau à l'équation correspondante, dans la mesure du possible.

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	-6	-3	0	3	6

b)

x	-2	-1	0	1	2
y	-7	-4	-1	2	5

c)

x	-1	3	7	11	15
y	5	2	-1	-4	-7

d)

x	-2	-1	0	1	2
y	-7	-2	3	8	13

i) $y = 3x - 1$

ii) $y = 5x + 3$

iii) $4y = -3x + 17$

iv) $y = 3x$

v) $2y = 5x + 3$

C2/C3/C32

Interrogation papier-crayon

4) Mentionner qu'Érika a économisé 2 $ en une semaine, 4 $ la semaine suivante, 6 $ la semaine subséquente et ainsi de suite pendant un certain nombre de semaines consécutives. Demander aux élèves :
   a) de remplir le tableau suivant :

Semaine s	1	2	3	4	5	6	7
Économies totales t ($)	2	6	■	■	■	■	■

   b) de tracer le graphique;
   c) d'indiquer s'il s'agit d'une relation linéaire et d'expliquer pourquoi.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C13 **déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine d'une droite en se fondant sur un tableau de valeurs ou une représentation graphique;**

C32 **déterminer si une relation est linéaire en représentant graphiquement les données correspondant à une situation;**

C14 **déterminer l'équation d'une droite au moyen de la pente et de l'ordonnée à l'origine;**

C28 **explorer et décrire la variation illustrée dans des tableaux et des représentations graphiques;**

C29 **explorer l'inclinaison et l'orientation d'une droite, et émettre et vérifier des hypothèses à ce sujet;**

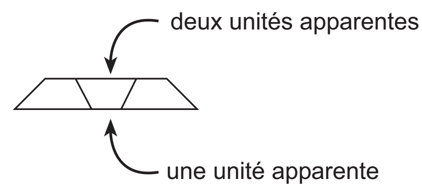
E8 **faire appel au raisonnement inductif et déductif dans le cadre de l'observation de régularités, de l'élaboration de propriétés et de la formulation d'hypothèses;**

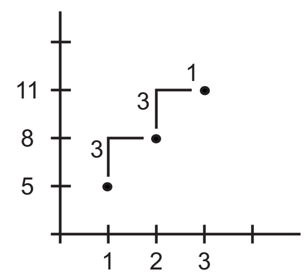
C24 **formuler des équations différemment.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C13/C32 Au cours de l'activité portant sur le « train » (p. 88), les élèves ont déterminé que la relation entre le périmètre et le nombre de wagons dépend de la forme des wagons. S'il s'agit de trapèzes, la relation est la suivante : $3n + 2 = P$, de carrés, $2n + 2 = P$ et d'hexagones, $4n + 2 = P$.

C13/C32/C28/C29/E8 Lorsqu'ils ont représenté graphiquement les équations ci-dessus, ils ont discuté de la signification du coefficient de n en rapport avec la forme des wagons. Par exemple, lorsque les wagons sont représentés par des trapèzes, le périmètre peut être défini par l'équation $3n + 2 = P$, le nombre « 3 » représentant les trois unités de périmètre « apparentes » de chaque trapèze formant le train. Sur la représentation graphique, ce nombre représente l'augmentation du périmètre chaque fois qu'un wagon est ajouté. En outre, ils ont trouvé que le graphique illustrant un train composé de figures hexagonales est davantage incliné, car le périmètre augmente de quatre unités chaque fois qu'un wagon est ajouté. Ils auraient pu émettre l'hypothèse que le coefficient de la variable indépendante indique le taux de variation de la situation, soit la pente de la droite.





De même, ils peuvent émettre l'hypothèse que, dans l'équation susmentionnée, « +2 » représente la valeur initiale (ou l'ordonnée à l'origine), une fois la droite prolongée vers la gauche. Il serait bon qu'ils discutent de la vraisemblance de cette possibilité.

Il est parfois facile de formuler une équation en se fondant sur l'énoncé de la situation. Par exemple, dans le problème portant sur la location de planches à neige (p. 96), les élèves ont déterminé que, vu qu'un dépôt de 2 $ est exigé au préalable, le couple (0, 2) doit appartenir au graphique. Puis, chaque point suivant montre une augmentation du coût de 3,50 $ (élévation : 3,50 $, distance : 1 heure). Donc, l'inclinaison ou la pente est déterminée par ce rapport et l'équation peut être exprimée de la façon suivante : $c = 2 + 3{,}50h$.

C14/C32/C24 Les élèves doivent être en mesure de définir la pente d'une droite comme étant le rapport de l'élévation à la distance.

$$\text{Pente} \Rightarrow \frac{\text{élévation}}{\text{distance}} \Rightarrow \frac{\text{variation verticale}}{\text{variation horizontale}}$$

En outre, ils doivent savoir que la pente correspond au coefficient (m) de la variable indépendante lorsque l'équation est exprimée sous la forme $y = mx + b$. La variable b, ou ordonnée à l'origine, correspond à la valeur initiale d'une situation. En établissant ces liens, les élèves devraient pouvoir écrire les équations définissant des graphiques et se servir des valeurs de m et de b pour représenter graphiquement des équations. En outre, ils devraient être en mesure de transformer des équations linéaires de façon à les exprimer sous la forme $y = mx + b$ à des fins de représentation graphique et pour déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C32/C24/E8

Performance

1) Demander aux élèves de nommer trois paires ordonnées pour chaque équation, de reporter les points correspondants sur une grille, d'émettre une hypothèse à savoir s'il s'agit d'une relation linéaire ou non, puis de vérifier leurs hypothèses à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique.

a) $y = x^2 + 2$

b) $2x = y$

c) $3x^2 - 2x + 1 = y$

d) $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

e) $y = 2 - x^3$

f) $y = 4x - 2$

g) $\frac{1}{2} = y$

h) $y + 3 = 0$

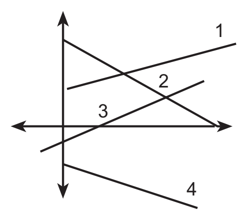
i) $y = \frac{1}{2} - x$

j) $y = \sqrt{2} - x$

C29

Entretien

2) Demander à l'élève d'associer chaque segment à l'une des expressions suivantes :
   a) taux de variation positif, valeur initiale positive;
   b) taux de variation négatif, valeur initiale la plus petite;
   c) taux de variation positif, valeur initiale négative;
   d) taux de variation négatif, valeur initiale positive.



Interrogation papier-crayon/journal

C13/C14

3) Mentionner que, après avoir recueilli ces données, Michel s'en servira pour déterminer l'équation de la droite qui les représente. Demander aux élèves d'expliquer comment il s'y prendra. Ils devront d'abord expliquer comment Michel sait qu'il s'agit de données linéaires.

x	y
12	35
14	41
16	47
18	53
20	59

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C1 **exprimer des problèmes sous forme d'équations et vice versa;**

C2 **modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires, quadratiques, exponentielles et polynomiales et des inéquations linéaires;**

C8 **relever, généraliser et appliquer des régularités;**

C9 **construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;**

C10 **décrire des relations de la vie réelle illustrées graphiquement ainsi qu'au moyen de tableaux de valeurs et de descriptions écrites;**

C16 **interpréter la solution d'une équation selon le contexte;**

C28 **explorer et décrire la variation illustrée dans des tableaux et des représentations graphiques.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C1/C2/C5/C8/C9/C10/C16 Au cours d'activités précédentes, les élèves ont inscrit des données dans des tableaux, puis ils ont cherché des régularités afin de tenter de décrire une relation entre deux variables. L'une de ces situations portait sur les piscines de forme carrée (p. 83) Ils ont représenté graphiquement les données (nombre de dalles rouges par rapport au numéro de la piscine), puis ils ont établi que le graphique représentait une relation non linéaire.

Ils peuvent maintenant reprendre cette représentation graphique (nombre de dalles rouges par rapport au numéro de la piscine) et décrire de façon plus détaillée les régularités observées. Ils remarqueront que le taux d'accroissement n'est pas constant et que la valeur de la variable dépendante augmente plus rapidement que celle de la variable indépendante. Ils observeront peut-être que le nombre de dalles rouges correspond au carré du numéro de la piscine et qu'il peut donc être défini par l'équation $r = n^2$. Avec cette information, ils seront en mesure de prévoir l'aire de la piscine (nombre de dalles rouges), compte tenu du numéro de celle-ci (correspondant à la longueur d'un côté de la piscine carrée).

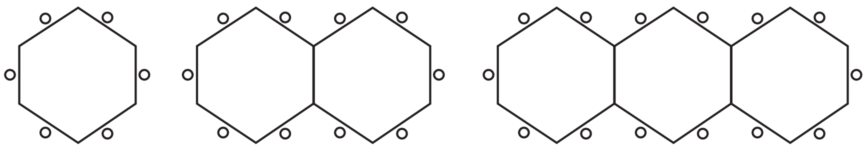
N° de la piscine Longueur d'un côté	Nbre de dalles rouges (r)	Nbre de dalles blanches (b)
1	1	8
2	4	12
3	9	16
4	16	20
.	.	.
.	.	.
7	49	32

C28 On peut demander aux élèves d'explorer d'autres équations dans lesquelles la variable indépendante est élevée au carrée ou des tableaux comportant des relations quadratiques. L'objet de ce type d'examen est d'explorer la forme parabolique des graphiques représentant des relations quadratiques et les régularités que comportent les tableaux de valeurs correspondants. Les élèves doivent comprendre en quoi ces régularités diffèrent de celles observées dans le cas des relations linéaires et commencer à s'en servir pour prévoir des valeurs.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C1/C2/C5/C8/C9/C10/C16
Performance

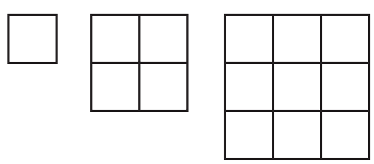


1) Mentionner que six personnes peuvent prendre place autour de chacune des tables d'un restaurant, qui sont de forme hexagonale. Ajouter que, lorsque les tables sont réunies, dix personnes peuvent s'y asseoir. Demander aux élèves de suivre les consignes en se reportant aux schémas ci-dessus.

Tables	Places
1	6
2	10
.	.
.	.

   a) Construisez un tableau établissant un rapport entre le nombre de tables et le nombre de places.
   b) À l'aide du tableau, déterminez combien de personnes peuvent prendre place autour de cinq tables réunies, puis de dix tables réunies.
   c) Exprimez cette régularité sous la forme d'une équation algébrique.
   d) Représentez graphiquement la relation entre le nombre de tables réunies et le nombre de places.
   e) Prévoyez combien de tables réunies sont nécessaires pour 30 personnes, puis expliquez comment vous avez obtenu votre réponse.
   f) Formulez un problème portant sur cette situation et présentez-le à votre partenaire afin de vérifier sa compréhension.

2) Mentionner qu'un restaurant, qui dispose de tables carrées, les place de façon à former des carrés, tel qu'illustré ci-contre.



   a) Demander aux élèves de trouver une équation établissant un rapport entre le nombre de tables carrées et le nombre de places le long d'un côté.
   b) Les inviter à prévoir le nombre de tables nécessaire pour 36 personnes et à expliquer leurs raisonnements.

Nombre de places le long d'un côté	Nombre de tables
1	1
2	4
3	9
.	.
.	.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C25 **résoudre graphiquement des équations;**

C26 **résoudre des équations quadratiques à l'aide de la factorisation;**

A5 **faire preuve de sa compréhension de la règle du produit nul et établir un lien avec la résolution d'équations au moyen de la factorisation;**

C35 **développer et factoriser des expressions polynomiales à l'aide de schémas du périmètre et de l'aire;**

B3 **réaliser des opérations sur des polynômes à l'aide de matériel concret, de représentations imagées et de symboles algébriques;**

C20 **évaluer et interpréter des équations non linéaires à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C25/C26/A5/C35 Les élèves doivent comprendre que, pour résoudre une équation quadratique, ils doivent tenter de la diviser en équations linéaires. Cela est fait au moyen de la factorisation. Lorsque le produit des facteurs est nul, au moins l'un de ces facteurs doit être égal à zéro. Cela les amène aux deux racines possibles. Donc, les facteurs sont liés aux racines (qui sont 3 et 1 dans l'exemple illustré). Les élèves doivent maintenant établir un lien entre les racines et les abscisses à l'origine (ou les zéros) du graphique correspondant à la relation quadratique.

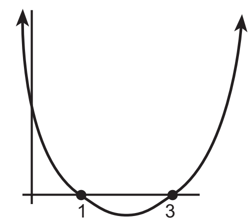
$x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x - 3 = 0$ ou $x - 1 = 0$

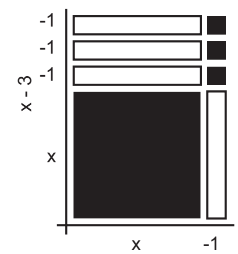
$\therefore x = 3$ ou $x = 1$

Donc, les racines sont 3 et 1.



B3/C25/C20/C35 À ce stade, un grand nombre d'élèves ont encore avantage à se servir du matériel concret pour représenter des équations (consulter le texte ci-dessous et la double page suivante) et trouver des facteurs. L'emploi des carreaux vise la représentation mentale des opérations, ce qui favorise l'établissement de liens avec la manipulation des symboles. Les élèves s'efforcent de maîtriser le mode symbolique et un grand nombre d'entre eux seront prêts relativement rapidement à se passer des carreaux. Ils doivent aussi utiliser les outils technologiques à capacité graphique pour faciliter la construction de représentations graphiques et l'observation des racines.

Schéma 1



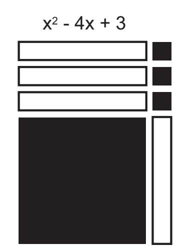


Schéma 2

- ❒ Demander aux élèves de représenter les expressions à l'aide de carreaux algébriques, tel qu'illustré. La moitié d'entre eux devra construire un modèle représentant les dimensions (x - 3) sur (x - 1), tel qu'illustré sur le premier schéma. (Nota : certains représenteront peut-être les dimensions (x - 1) sur (x - 3), ce qui occasionnera une position différente de leurs modèles.) Les autres élèves devront représenter l'expression $x^2 - 4x + 3$, tel qu'illustré sur le deuxième schéma, et ce, sans utiliser de facteurs. (En bout de ligne, tous auront construit la même représentation.)
- ❒ Demander à certains élèves de résoudre l'équation (x - 1) (x - 3) et à d'autres, $x^2 - 4x + 3 = 0$. Chacun devra représenter graphiquement la relation correspondante. (Ils devraient obtenir les mêmes représentations graphiques et y observer les abscisses à l'origine 1 et 3, tel qu'illustré plus haut.)

Au début, lorsqu'ils résolvent des équations quadratiques au moyen de la factorisation et en trouvant les abscisses à l'origine sur leurs représentations graphiques, les élèves doivent construire les expressions qui composent l'équation avec du matériel de manipulation. Ils doivent se servir du matériel concret et du schéma de l'aire pour trouver les facteurs des expressions quadratiques, puis établir un lien entre ces facteurs et les racines des équations et les zéros des représentations graphiques.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

Performance

C25/C26/C35/B3

1) a) Demander aux élèves de remplir le tableau ci-dessous.

Expression	Modèle *imagé*	Facteurs	Fonction à *représenter* sous forme graphique	Abscisse à *l'origine*	Ordonnée à *l'origine*	Équation = 0	Racines	Représentation *graphique/* illustration
$x^2 + 3x + 2$		$(x + 2)(x + 1)$	$x^2 + 3x + 2 = y$	-2, -1	2	$x^2 + 3x + 2 = 0$	-2, -1	
$x^2 + 2x + 1$								
		$(x + 4)(x + 1)$						
$x^2 + 4x + 4$								
$x^2 - 2x + 1$								
								
				2, 1	2			
			$x^2 - 5x + 4 = y$					
							-1, -3	

Donner ensuite les consignes suivantes :

b) Expliquez le lien entre les facteurs de l'expression donnée et les abscisses à l'origine de la représentation graphique correspondante. Précisez si, selon vous, ce sera toujours vrai. Formulez une expression et tracez son graphique lorsqu'elle est égale à zéro afin de vérifier votre hypothèse.

c) Formulez une hypothèse concernant la façon de trouver l'ordonnée à l'origine en examinant une équation quadratique. Vérifiez votre hypothèse.

d) En vous basant sur les résultats obtenus aux points b) et c) ci-dessus, nommez l'abscisse et l'ordonnée à l'origine de chaque équation (dans la mesure du possible). Si ce n'est pas possible, expliquez pourquoi.

i) $x^2 - 1 = 0$

ii) $x^2 - 4 = 0$

iii) $x^2 + 1 = 0$

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10[e] année, l'élève devra pouvoir :

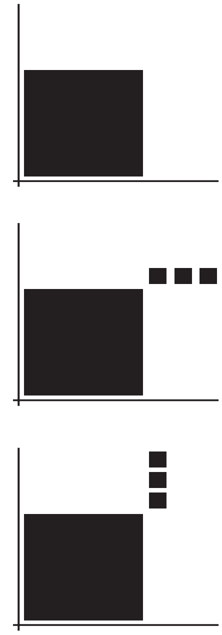
B1 **représenter (au moyen de matériel concret et de représentations imagées) et exprimer les relations qui existent entre les opérations arithmétiques et les opérations sur des expressions et des équations algébriques;**

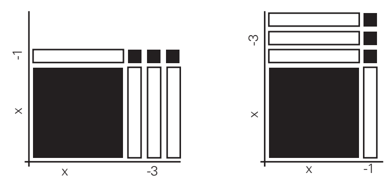
B3 **réaliser des opérations sur des polynômes à l'aide de matériel concret, de représentations imagées et de symboles algébriques;**

C35 **développer et factoriser des expressions polynomiales à l'aide de schémas du périmètre et de l'aire.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

B1/B3/C35 (suite) Les élèves doivent entreprendre l'étude de la factorisation en examinant des expressions comportant uniquement des signes positifs, puis passer à des expressions comportant des signes négatifs. Au début, ils peuvent factoriser une expression telle que $x^2 - 4x + 3$. Pour représenter concrètement une telle expression, ils doivent utiliser un carreau x^2 foncé, quatre bandes x blanches et trois carreaux-unités foncés, avec lesquels ils tentent de construire un rectangle. Lorsqu'ils sont habitués à le faire, ils peuvent suivre la procédure méthodique suivante. Ils placent le carreau x^2 dans le premier quadrant, à l'origine, puis les trois carreaux-unités dans le coin supérieur droit. Certains feront un rectangle de 3 sur 1, d'autres, un rectangle de 1 sur 3 – les deux façons de faire sont valables. Ensuite, il est facile de voir où il faut placer les bandes x pour compléter le rectangle. Les dimensions sont ensuite lues le long des axes, soit (x -

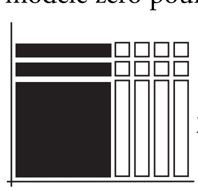




1) sur (x - 3) ou (x - 3) sur (x - 1).

Lorsque les élèves mettent en pratique ce procédé de factorisation, il faut leur présenter des expressions quadratiques plus complexes. Par exemple, la factorisation de $x^2 + 8x + 12$ est plus difficile, car les carreaux-unités peuvent être placés de différentes façons (4×3, 6×2, 12×1), bien qu'une seule permette de placer 8 bandes x.

Ils doivent ensuite tenter de représenter des expressions comportant des signes négatifs (p. ex. $x^2 - 2x - 8$). La difficulté dans ce cas est que le placement des carreaux-unités blancs, soit 8×1 ou 4×2, nécessite plus de deux bandes x blanches (représentant des nombres négatifs). Il faut alors avoir recours au modèle zéro pour construire le rectangle.


2 bandes x foncées + 2 bandes x blanches = zéro

Suite...

C35

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

Performance

1) Demander aux élèves d'associer chacune des expressions de gauche à l'expression équivalente de la colonne de droite, puis les inviter à expliquer comment ils s'y sont pris (emploi de tableaux, de représentations graphiques, de carreaux, etc.).

a) $a^2 - 4a - 5$	i) $4a(2a - 3)$
b) $a^2 - 3a - 10$	ii) $(a - 6)(a + 1)$
c) $a^2 + 7a + 6$	iii) $(a + 1)(a - 5)$
d) $a^2 - 4a + 4$	iv) $3(a - 4)(a + 2)$
e) $a^2 - 5a - 6$	v) $4(a + 3)(a - 3)$
f) $8a^2 - 12a$	vi) $(a - 2)^2$
g) $4a^2 - 36$	vii) $(a - 2)(a + 5)$
h) $3a^2 - 6a - 24$	viii) $(a + 6)(a + 1)$
	ix) $(a - 5)(a + 2)$

B3

2) Mentionner que Carole joue à un jeu et que, pour chaque expression mentionnée, elle doit tracer une représentation de l'aire (ou la construire avec des carreaux) afin de trouver l'expression correspondante. Inviter les élèves à préciser le nombre de paires d'expressions équivalentes et à expliquer leurs raisonnements à l'aide d'illustrations ou de carreaux.

a) $3x - 12$	i) $x^2 + 2x - 8$
b) $2x + 1 - (5x + 3) + 2x$	ii) $x^2 - 9$
c) $4(3x - 1)$	iii) $3(x - 4)$
d) $- 3x(2x + 1)$	iv) $-3x - 6x^2$
e) $(x + 4)(x - 2)$	v) $(x + 3)(x + 3)$
f) $x^2 + 6x + 9$	vi) $12x - 4$
g) $(x + 3)(x - 3)$	vii) $-6x^2 + 1$
	viii) $9x + 4$
	ix) $-x - 2$

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

B1 **représenter (au moyen de matériel concret et de représentations imagées) et exprimer les relations qui existent entre les opérations arithmétiques et les opérations sur des expressions et des équations algébriques;**

B3 **réaliser des opérations sur des polynômes à l'aide de matériel concret, de représentations imagées et de symboles algébriques;**

C35 **développer et factoriser des expressions polynomiales à l'aide de schémas du périmètre et de l'aire.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

(Suite)

En outre, ils doivent comprendre que la division et la factorisation sont des procédés étroitement liés. La différence tient au fait que, dans le cadre de la division, l'un des facteurs est connu (l'une des dimensions du rectangle est donnée). Ils doivent décomposer en facteurs des trinômes de la forme $ax^2 + bx + c$, où $a \geq 0$, y compris des formes spéciales comportant des trinômes carrés parfaits, des facteurs communs [p. ex. $(x^2 + 4x) = x(x + 4)$] et des différences de deux carrés [par exemple, $(x^2 - 4) = (x + 2)(x - 2)$]. Il est bon de garder la valeur de c peu élevée afin de faciliter l'emploi des carreaux et il ne faut pas oublier que cette démarche vise à favoriser la compréhension. Lorsque les élèves saisissent le concept et la manipulation des symboles, ils peuvent cesser d'utiliser les carreaux. D'ailleurs, il faut les y inciter dès que l'on s'aperçoit qu'ils ont bien compris.

Il est possible d'apporter une modification pour certains élèves en employant uniquement des trinômes dans lesquels a = 1.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C26 **résoudre des équations quadratiques à l'aide de la factorisation;**

B3 **réaliser des opérations sur des polynômes à l'aide de matériel concret, de représentations imagées et de symboles algébriques;**

B1 **représenter (au moyen de matériel concret et de représentations imagées) et exprimer les relations qui existent entre les opérations arithmétiques et les opérations sur des expressions et des équations algébriques;**

A6 **appliquer les propriétés des nombres aux opérations sur les expressions et les équations;**

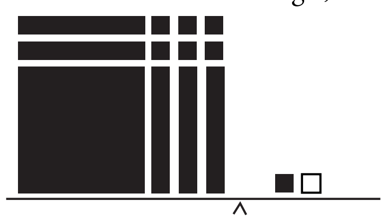
A5 **faire preuve de sa compréhension de la règle du produit nul et établir un lien avec la résolution d'équations au moyen de la factorisation.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

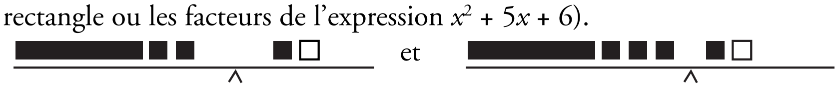
C26/B3/B1/A6/A5 Les élèves doivent représenter la résolution d'équations quadratiques à l'aide de matériel concret, comme ils l'ont fait avec les équations linéaires. Par exemple, étant donné l'équation $x^2 + 5x + 6 = 0$, ils peuvent se servir de carreaux pour construire l'équation sur une balance (la valeur nulle étant représentée de n'importe quelle façon).

$x^2 + 5x + 6 \quad = \quad 0$

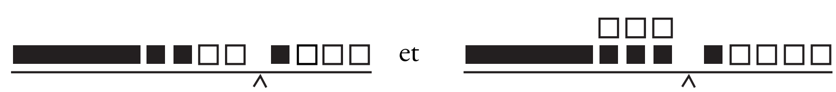
Ils construisent un rectangle,



puis ils appliquent la règle du produit nul (en utilisant les dimensions du rectangle ou les facteurs de l'expression $x^2 + 5x + 6$).



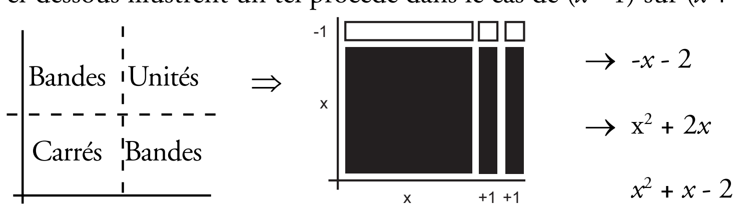
$x + 2 \quad = \quad 0$ et $x + 3 \quad = \quad 0$



$x + 2 + (-2) \quad = \quad 0 + (-2)$ et $x + 3 + (-3) \quad = \quad 0 + (-3)$

$x \quad = \quad -2$ et $x \quad = \quad -3$

[Nota : Lorsque les élèves réalisent le procédé inverse (c.-à-d. qu'ils développent les facteurs pour trouver l'aire), il faut les amener à se baser sur la longueur de la bande x pour tracer la longueur x sur les axes et sur sa largeur, pour inscrire les unités. Une fois les dimensions inscrites, il leur suffit de compléter le rectangle. Ils devraient savoir quel type de carreau il faut placer dans les régions en raison de leurs connaissances de la factorisation. Les schémas ci-dessous illustrent un tel procédé dans le cas de $(x - 1)$ sur $(x + 2)$.]



Il faut inciter les élèves à cesser l'emploi des carreaux dès qu'ils font preuve de leur compréhension du processus de résolution des équations.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C26/B3/B1/A6/A5

Performance

1) Demander aux élèves de résoudre les équations suivantes à l'aide de carreaux. Les inviter à vérifier leurs réponses au moyen de représentations graphiques ou de méthodes algébriques, ou des deux.

   a) $x^2 - 9x + 8 = 0$
   b) $p^2 - 10p + 16 = 0$
   c) $y^2 = 5y + 14$
   d) $2x^2 = 18$
   e) $x^2 = -8x$
   f) $2x^2 + 2x - 5 = x^2 - x + 5$

2) Mentionner que, après avoir été frappée, une balle de base-ball a atteint une hauteur *h* (en mètres) définie par l'équation $h = 30x - 6x^2$, où x représente le temps, exprimé en secondes. Poser les questions suivantes :

   a) Combien de temps s'est écoulé avant que la balle soit attrapée?
   b) À votre avis, quel joueur l'a attrapée? Expliquez votre raisonnement.
   c) Quelle hauteur approximative la balle a-t-elle atteint? Expliquez votre raisonnement.

3) Demander aux élèves de représenter graphiquement chacune des équations ci-dessous :

   a) $y = x^2 - 5x$
   b) $y = 3x^2 - 2x - 1$

   Les inviter à résoudre chaque équation à l'aide des représentations graphiques lorsque :

   i) $y = 0$;
   ii) $y = 2$;
   iii) $y = 4$.

   Ils devront ensuite discuter avec un camarade de la méthode employée.

4) Demander aux élèves d'indiquer quelle méthode serait la plus appropriée pour résoudre chacune des équations ci-dessous et les inviter à expliquer leurs choix.

   a) $3x^2 - x - 2 = 0$
   b) $6x^2 + 7x = 5$
   c) $x^2 - 2x + 10 = 0$
   d) $2x^2 + 8x + 8 = 0$
   e) $5x^2 - 25 = 0$
   f) $3x^2 = 6$
   g) $x^2 - \sqrt{2}\,x + 1 = 0$
   h) $x^2 = 3x + 10$

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C1 **exprimer des problèmes sous forme d'équations et vice versa;**

C28 **explorer et décrire la variation illustrée dans des tableaux et des représentations graphiques;**

C5 **tracer des graphiques en se fondant sur des énoncés, des tableaux et des données recueillies;**

C8 **relever, généraliser et appliquer des régularités;**

C9 **construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;**

C2 **modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires, quadratiques, exponentielles et polynomiales et des inéquations linéaires;**

C20 **évaluer et interpréter des équations non linéaires à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**

C27 **résoudre des équations linéaires, radicales simples, exponentielles et valeur absolue ainsi que des inéquations linéaires.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C1 Maintenant que les élèves comprennent que certaines régularités ne peuvent être exprimées sous la forme d'une équation linéaire, il est important qu'ils sachent que les régularités non linéaires ne sont pas nécessairement quadratiques. En conséquence, ils examineront brièvement les régularités non linéaires de type exponentiel.

C28/C5/C8/C9/C2/C20

❐ Cet exercice consiste à déterminer l'épaisseur d'une feuille de papier. (Laisser les élèves discuter de la façon dont ils pourraient s'y prendre. Une méthode consiste à mesurer une pile de 500 feuilles, puis à diviser par 500, ce qui permet d'obtenir l'épaisseur d'une feuille, soit approximativement 0,01 cm.) Demander aux élèves de plier une feuille de papier en deux et de noter son épaisseur, puis de le refaire à plusieurs reprises et de remplir le tableau ci-dessous. (Nota : Les données inscrites sur la troisième ligne sont une autre façon de formuler celles de la deuxième ligne afin d'aider les élèves à relever plus facilement la régularité.) Les inviter à dégager une régularité qui les aidera à prévoir l'épaisseur de la feuille après 10, 20 et 30 plis.

N^{bre} de plis	0	1	2	3	4	5…	30
Épaisseur (cm)	0,01	0,02	0,04	0,08			
Épaisseur (cm)	1(0,01)	2(0,01)	4(0,01)	8(0,01)			

Ils devraient observer la régularité $2^0 = 1$, $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$ en examinant les données de la troisième ligne. Les inviter à représenter graphiquement ces données de façon à produire le graphique de $y = 2^x$. Leur demander de prévoir l'épaisseur de la feuille après 20 plis (s'il était possible de faire autant de plis). Ils peuvent aussi tracer les graphiques de $y = 3^x$ et $y = 10^x$, puis discuter des ressemblances et des différences entre ces deux représentations.

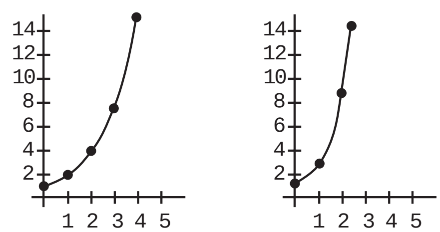
Dans le cadre de la même activité, les élèves peuvent produire la représentation graphique d'une autre relation montrant le rapport entre l'aire de la feuille de papier et le nombre de plis à mesure que la feuille est pliée en deux. Un tel graphique pourrait être défini par l'équation $y = \frac{1}{2}x$ ou $y = 2^{-x}$. Il serait bon de prendre le temps de discuter du fait que calculer la moitié de quelque chose est un processus qui tend vers zéro sans jamais l'atteindre. Par conséquent, le graphique tend vers $y = 0$ mais il ne l'atteindra jamais. Cette famille particulière d'équations et de représentations graphiques sera étudiée de façon plus approfondie dans le cadre d'un cours subséquent.

Suite…

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

1) Présenter les graphiques de $y = 2^x$ et $y = 3^x$.



a) Demander aux élèves de trouver la valeur de y compte tenu de chacune des valeurs de x suivantes :

i) 4 ii) 2,5 iii) $\frac{1}{2}$ iv) $3\,\frac{1}{3}$

b) Les inviter à expliquer comment ils s'y prennent pour déterminer la valeur de x, compte tenu de chacune des valeurs de y suivantes :

i) 9 ii) 25 iii) 36 iv) 0,5 v) 0,3

c) Leur demander de vérifier leurs réponses aux questions a) et b) en résolvant les équations algébriquement.

2) a) Demander aux élèves de déterminer la somme dont ils disposeront à la fin d'un mois de 31 jours s'ils déposent un cent le premier jour du mois et, chaque jour par la suite, le double du montant déposé le jour précédent.

b) Leur demander de déterminer la somme qu'ils auront si le montant déposé quotidiennement est triplé, mais que des dépôts ne sont faits que pendant 10 jours.

c) Les inviter à préciser le nombre de jours après lesquels la situation énoncée en b) sera préférable à celle formulée en a). Ils devront le montrer graphiquement.

Ressources suggérées

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C1 **exprimer des problèmes sous forme d'équations et vice versa;**
C28 **explorer et décrire la variation illustrée dans des tableaux et des représentations graphiques;**
C5 **tracer des graphiques en se fondant sur des énoncés, des tableaux et des données recueillies;**
C8 **relever, généraliser et appliquer des régularités;**
C9 **construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;**
C2 **modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires, quadratiques, exponentielles et polynomiales et des inéquations linéaires;**
C20 **évaluer et interpréter des équations non linéaires à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**
C27 **résoudre des équations linéaires, radicales simples, exponentielles et valeur absolue ainsi que des inéquations linéaires.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

(Suite)

C27 Les élèves doivent apprendre à résoudre des équations simples pour des valeurs de y qui peuvent être exprimées avec la même base que celle de la variable indépendante. En voici des exemples :

a) Résoudre $y = 2^x$ lorsque $y = 8$

Solution : $8 = 2^x$

$2^3 = 2^x$

$\therefore x = 3$

b) Résoudre $y + 1 = 3^x$ lorsque $y = 8$

Solution : $8 + 1 = 3^x$

$9 = 3^x$

$3^2 = 3^x$

$x = 2$

c) Résoudre $y = 10^x - 2$ lorsque $y = 8$

Solution : $8 = 10^x - 2$

$10 = 10^x$

$\therefore x = 1$

La modélisation au moyen de relations exponentielles et la résolution d'équations exponentielles simples (RAA C2 et C27) font clairement partie du programme de base. Toutefois, il est possible de modifier le programme pour certains élèves en omettant les exercices sur les relations et les équations exponentielles.

Régularités, relations et équations (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

Ressources suggérées

Unité 4
Modélisation et fonctions

(de 25 à 30 heures)

La présente unité permettra aux élèves de comprendre les fonctions et leur utilité pour modéliser des relations de la vie réelle. Plus spécifiquement, le programme de base traite de l'exploration, de la représentation et de l'application de fonctions (particulièrement les fonctions linéaires et quadratiques), de l'analyse et de la description de transformations de fonctions quadratiques (de façon algébrique et à l'aide des règles de transformation), de l'emploi des transformations pour tracer des graphiques et de l'application des transformations aux fonctions valeur absolue. En outre, la collecte de données, la construction de diagrammes de dispersion et le tracé de la droite la mieux ajustée (avec et sans l'aide d'un outil technologique) sont d'autres sujets abordés, ainsi que les questions connexes de corrélation et de variance.

Il est possible, avec certains élèves, de faire les exercices sur les fonctions de façon informelle uniquement et de ne pas étudier les transformations. (Consulter les pages 146 et 160 à 161 pour obtenir des précisions à ce sujet.) De plus, on peut tracer les droites les mieux ajustées à l'aide d'un outil technologique exclusivement (p. 164) et ne pas examiner la variance (p. 170).

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C10 décrire des relations de la vie réelle illustrées graphiquement ainsi qu'au moyen de tableaux de valeurs et de descriptions écrites;

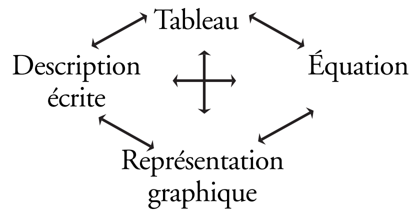
A2 analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;

C28 explorer et décrire la variation illustrée dans des tableaux et des représentations graphiques;

C5 tracer des graphiques en se fondant sur des énoncés, des tableaux et des données recueillies.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C10



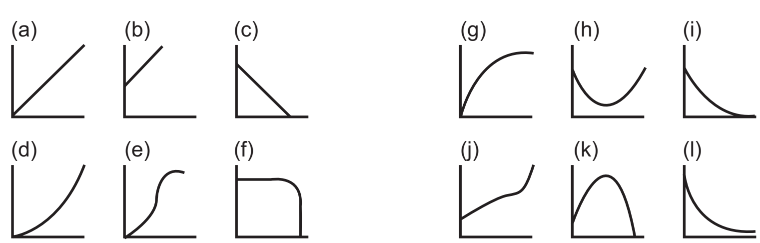
Au cours des années du cycle intermédiaire, les élèves ont été encouragés à passer d'une représentation d'une relation à une autre. Ainsi, ils doivent être en mesure de décrire des relations, de formuler des équations et de construire des représentations graphiques à partir de tableaux, de formuler des énoncés et des équations décrivant des situations à partir de graphiques, et de tracer un graphique ou construire un tableau à partir d'une description écrite. La compréhension de ces liens entre les diverses représentations facilitera leur apprentissage (p. ex. en établissant un lien entre la pente et le taux de variation ou les valeurs initiales et les coordonnées à l'origine). La situation énoncée ci-dessous représente une occasion d'établir un rapport entre des relations de la vie réelle et des représentations graphiques.

C10/A2/C5/C28

❒ Demander aux élèves de choisir, parmi les douze graphiques ci-dessous, lequel est la meilleure représentation de chacune des situations suivantes et les inviter à expliquer leurs choix.

i) Jean réussit à maintenir son rythme en montant une côte à la course;
ii) La quantité de lumière du jour selon le temps de l'année;
iii) Le coût d'un déplacement en taxi est de 2,00 $ plus 1,00 $ la minute;
iv) La trajectoire d'une balle de golf;
v) La quantité de pâte nécessaire pour faire une croûte de pizza est calculée en fonction du diamètre;
vi) La stratégie d'un coureur consiste à s'élancer rapidement au début de la course, à ralentir son rythme et à maintenir une vitesse constante, puis à courir à pleine vitesse jusqu'à la ligne d'arrivée;
vii) le nombre de cigarettes ayant un effet négatif sur votre respiration.

Les inviter à énoncer des situations qui pourraient correspondre aux représentations graphiques restantes.



La situation ci-dessous offre une occasion d'élaborer et d'analyser d'autres représentations d'une relation concrète illustrée dans un tableau.

Suite...

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C10/A2/C28

Interrogation papier-crayon

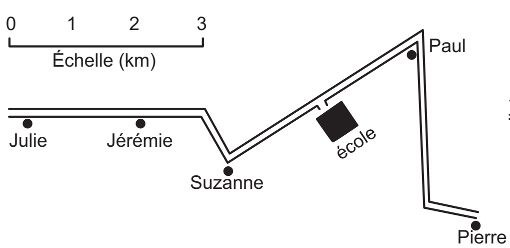
1) Mentionner que le schéma et la représentation graphique décrivent un trajet en voiture d'Amherst à Halifax en empruntant les routes 104 et 102.

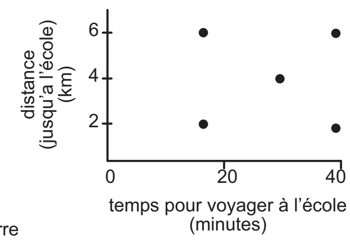
Route 104
Route 102

Distance (km)
Temps (heures)

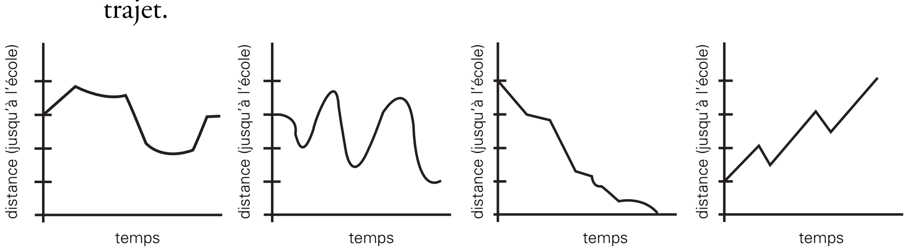
Demander aux élèves de décrire chaque étape du trajet en se servant de la représentation graphique et de la carte (p. ex. en décrivant et en expliquant ce qui se passe du point A au point B, de B à C, de C à D, de D à E et de E à F).

2) Mentionner ce qui suit : Chaque matin, Julie, Jérémie, Suzanne, Paul et Pierre empruntent la même route secondaire pour se rendre à l'école. Pierre se fait reconduire par son père en voiture, Julie prend sa bicyclette et Suzanne s'y rend à pied. Les deux autres écoliers ne s'y rendent pas toujours de la même façon. Le schéma indique où chacun vit et la représentation graphique décrit le trajet que chacun a emprunté lundi dernier pour se rendre a l'école.





   a) Demander aux élèves d'associer chaque point de la représentation graphique au nom de la personne qu'il représente.
   b) Leur demander d'indiquer par quel moyen Paul et Jérémie se sont rendus à l'école lundi et les inviter à préciser comment ils ont obtenu leurs réponses.
   c) Mentionner que le père de Pierre roule à une vitesse de 30 km/h sur les sections droites de la route, mais qu'il doit diminuer sa vitesse lorsqu'il aborde les virages. Demander aux élèves de déterminer lequel des graphiques ci-dessous est le plus susceptible de représenter son trajet.



Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C10 décrire des relations de la vie réelle illustrées graphiquement ainsi qu'au moyen de tableaux de valeurs et de descriptions écrites;

A2 analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;

C28 explorer et décrire la variation illustrée dans des tableaux et des représentations graphiques;

C5 tracer des graphiques en se fondant sur des énoncés, des tableaux et des données recueillies.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

(Suite)

❐ Mentionner que le tarif d'un taxi est le suivant :

Déplacement (km)	5	10	15
Coût total ($)	9,25	15,50	21,75

Demander aux élèves :

a) de reporter les points correspondants sur une grille de coordonnées;
b) de discuter afin de déterminer s'il faut joindre les points;
c) de déterminer l'équation de la droite;
d) d'expliquer pourquoi le graphique ne débute pas à l'origine;
e) de déterminer, en se fondant sur l'équation, le coût d'un déplacement de 7 km, puis de 30 km;
f) d'expliquer la signification de la pente de la droite.

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C3 **recueillir des données, les représenter graphiquement en utilisant les échelles appropriées et faire preuve de sa compréhension des variables indépendante et dépendante ainsi que du domaine et de l'image;**

C5 **tracer des graphiques en se fondant sur des énoncés, des tableaux et des données recueillies;**

C8 **relever, généraliser et appliquer des régularités;**

C9 **construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;**

C33 **faire une représentation graphique en construisant un tableau de valeurs, en se servant d'un outil technologique et, lorsque cela est approprié, en utilisant la méthode de la pente et de l'ordonnée à l'origine;**

F10 **se servir de l'interpolation, de l'extrapolation et des équations pour faire des prévisions et résoudre des problèmes;**

A7 **faire preuve de sa compréhension des ensembles de nombres discrets et continus et la mettre en pratique.**

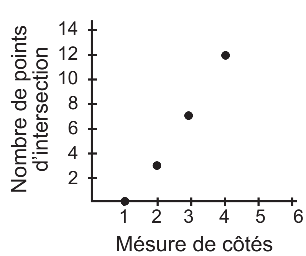
Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C3/C5/C8/C9/C33/F10/A7 Lorsqu'on leur présente une situation verbalement ou sous forme de données, les élèves doivent pouvoir la présenter dans un tableau ou une représentation graphique, ou les deux, et décrire toute régularité observée.

Tout en traçant un graphique, ils doivent déterminer quel ensemble de données correspond à la variable dépendante, exprimée sur l'axe vertical, et lequel correspond à la variable indépendante, exprimée sur l'axe horizontal. Ils doivent aussi déterminer des échelles appropriées pour les deux axes. (Cela reflète souvent les questions ayant trait au domaine et à l'image.) Il est bon de les inviter à interpréter le graphique en discutant de son inclinaison, de la présence de données discrètes ou continues, des coordonnées à l'origine, de la valeur minimale et maximale et de la linéarité. De plus, ils doivent être en mesure de prévoir des valeurs en examinant le graphique (grâce à l'interpolation et à l'extrapolation) et y chercher des tendances. (Nota : Il est parfois plus facile pour les élèves de prévoir des tendances ou de constater des résultats s'ils tracent la droite ou la courbe la mieux ajustée.)

Pour illustrer ces propos, consulter la question nº 3 de la page ci-contre. Les élèves peuvent commencer en construisant un tableau semblable à celui qui est illustré. Ils doivent pouvoir affirmer que le nombre de points d'intersection est fonction de la mesure du côté du triangle équilatéral. Il est évident qu'en connaissant la mesure du côté, ils peuvent déterminer le nombre de points d'intersection. Cette relation est très utile (fonctionnelle) étant donné qu'il existe une seule bonne réponse pour chaque mesure des côtés. Les élèves peuvent poursuivre le tableau en trouvant la régularité de la deuxième colonne [la différence entre les nombres de la deuxième colonne augmente de un chaque fois (ainsi, le prochain nombre sera 12 + 6, soit 18)]. Lorsqu'ils représenteront graphiquement les données, ils discuteront de la non-linéarité des données et du fait qu'il s'agit de données discrètes (en effet, les côtés ne peuvent avoir des mesures partielles). En outre, ils peuvent continuer le tableau ou la représentation graphique (peut-être en changeant l'échelle) afin de prévoir le nombre de points d'intersection correspondant à des côtés plus grands.

Mesure des côtés	Nombre de points d'intersection
1	0
2	3
3	7
4	12



Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C3/C5/C8/C9/C33/F10/A7

Interrogation papier-crayon

1) Mentionner que les températures suivantes ont été enregistrées à Fredericton, un jour de printemps, à diverses altitudes :

Altitude (km)	0	0,3	1,5	3,0	4,5	6,0	9,0	10,8
Température (°C)	15	13	5	-5	-15	-26	-44	-56

Demander aux élèves :
   a) de préciser quelle variable est dépendante et laquelle est indépendante, en justifiant leurs réponses;
   b) de tracer un graphique;
   c) d'expliquer s'il faut ou non joindre les points;
   d) de prévoir la température à l'endroit où se trouve une montgolfière volant à 3,80 km d'altitude et de préciser les hypothèses qu'ils font;
   e) d'expliquer pourquoi cette relation est dite « fonctionnelle ».

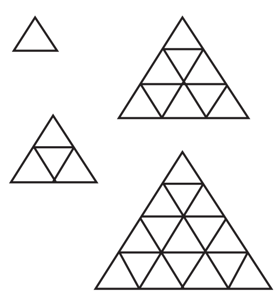
2) Mentionner que le nombre de stridulations du grillon à la seconde est lié à la température ambiante. Ajouter que les données suivantes ont été recueillies par onze élèves vivant à différents endroits au pays.

Température (°C)	15	17	16	18	15	16	16	15	14	16	16
Stridulations à la seconde	20	27	22	30	19	21	20	24	22	24	25

a) Demander aux élèves d'indiquer à quelle température, selon eux, le grillon cesse son sifflement et les inviter à fournir des explications.
b) Leur demander d'indiquer le nombre de stridulations qu'ils s'attendraient à enregistrer à une température de 7 °C, puis les inviter à préciser leur degré de confiance dans ce résultat. Ils devront expliquer leurs réponses.
c) Leur demander d'expliquer à quel point cette relation est « fonctionnelle ».

Performance

3) Demander aux élèves de se servir du triangle équilatéral pour former différents triangles plus grands, tel qu'illustré, puis leur donner les consignes suivantes :
   a) Construisez un tableau de valeurs illustrant le nombre de points d'intersection dans chaque triangle (c.-à-d. les points où les sommets des triangles adjacents se touchent) et la mesure des côtés des triangles. (Nota : Supposez que la mesure des côtés du plus petit triangle est de une unité.)
   b) Prévoyez le nombre de points d'intersection lorsque la mesure des côtés du grand triangle est de 20 unités.
   c) Déterminez si les données indiquent une tendance linéaire, une tendance non linéaire quelconque ou aucune tendance apparente, puis expliquez votre choix.



Ressources suggérées

Suite...

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C3 **recueillir des données, les représenter graphiquement en utilisant les échelles appropriées et faire preuve de sa compréhension des variables indépendante et dépendante ainsi que du domaine et de l'image;**

C5 **tracer des graphiques en se fondant sur des énoncés, des tableaux et des données recueillies;**

C8 **relever, généraliser et appliquer des régularités;**

C9 **construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;**

C33 **faire une représentation graphique en construisant un tableau de valeurs, en se servant d'un outil technologique et, lorsque cela est approprié, en utilisant la méthode de la pente et de l'ordonnée à l'origine;**

F10 **se servir de l'interpolation, de l'extrapolation et des équations pour faire des prévisions et résoudre des problèmes;**

A7 **faire preuve de sa compréhension des ensembles de nombres discrets et continus et la mettre en pratique.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

(Suite)

4) Mentionner que l'équation $d = -\frac{1}{3}t + 7$ définit une régularité spécifique observée dans des données.

   Demander aux élèves :
   a) de représenter graphiquement cette équation;
   b) de décrire brièvement par écrit une situation de la vie réelle qui pourrait être décrite par cette relation;
   c) de formuler une question à l'intention de leurs camarades, qui devront faire une prévision en se fondant sur la représentation graphique;
   d) de formuler une question demandant de prévoir la valeur de la variable indépendante en se fondant sur la représentation graphique, compte tenu d'une variable dépendante donnée;
   e) de préciser s'il s'agit de la représentation graphique de données continues ou discrètes, en expliquant leurs raisonnements.

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

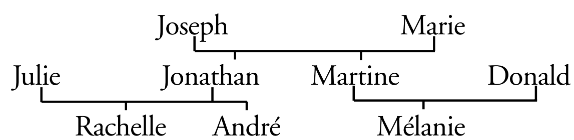
RAA : En 10^e année, l'élève devra pouvoir :

C21 explorer et appliquer les relations fonctionnelles et leur notation, à la fois de façon formelle et informelle.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

La section suivante du programme de base (pages 146 à 159) traite i) de la nature des fonctions mathématiques, tant de façon formelle qu'informelle (RAA C21), ii) des représentations algébriques et graphiques des transformations, particulièrement en ce qui a trait aux fonctions quadratiques (RAA C22, C23 et E5), iii) de l'application des transformations aux fonctions valeur absolue (RAA C22) et iv) de la solution des équations comportant une valeur absolue (RAA C27). Toutefois, il est possible, avec certains élèves, de n'aborder les fonctions que de façon informelle (consulter les pages 160 et 161). De plus, les transformations des fonctions et l'étude des fonctions et des équations valeur absolue peuvent être omises.

C21 Les élèves devraient commencer à comprendre le rapport entre une relation et une fonction. Ils doivent d'abord explorer des relations qui sont des fonctions afin de déterminer ce qu'elles ont de particulier, soit le fait que pour chaque valeur du domaine de la relation, il n'y a qu'une seule valeur dans l'image. L'examen d'un arbre généalogique (peut-être celui d'un élève) est une bonne façon d'illustrer cet aspect central d'une fonction. Par exemple,



Une relation telle que « est le parent de » n'est pas une fonction, car un tel énoncé (p. ex. « est le parent de Jonathan ») peut avoir plus d'une réponse possible (soit Joseph et Marie). Par contre, une relation telle que « est l'épouse de » est une fonction, car tout énoncé spécifique (p. ex. « est l'épouse de Jonathan ») peut n'avoir qu'une seule réponse possible (dans ce cas, Julie).

À des fins de notation, m(x) peut représenter « la mère (ou belle-mère) de x », donc m(André) est Julie. De même, p(x) peut signifier « le père (ou beau-père) de x », donc p(Martine) est une autre façon de représenter Joseph. De la même façon, on peut demander aux élèves de nommer autrement « s(André) et f(Martine), soit la soeur d'André et le frère de Martine.

❐ a) Demander aux élèves de nommer les personnes suivantes, dans la mesure du possible, en se basant sur l'arbre généalogique ci-dessus.

i) m(Rachelle)	iv) s(Julie)
ii) p(Jonathan)	v) p(Mélanie)
iii) f(Rachelle)	vi) m[m(Mélanie)]

b) Leur demander de déterminer si m[p(Mélanie)] = p[m(Mélanie)].

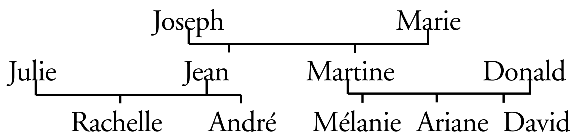
Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C21

Activité

1) Présenter l'arbre généalogique suivant :



Préciser aux élèves que d(x) représente la « fille de x » et n(x), le « fils de x », et donner les consignes suivantes :

a) Ajoutez les éléments manquants, dans la mesure du possible. Précisez si certaines de ces relations ne sont pas des fonctions et donnez des explications.
   - i) d(   ) = Rachelle   ii) m(   ) = Marie
   - iii) f(   ) = André   iv) d(   ) = Mélanie

b) Ajoutez les éléments manquants, dans la mesure du possible. Précisez quelles relations sont des fonctions et lesquelles n'en sont pas et donnez des explications.
   - i) s(David) = __________   ii) d(Joseph) = __________
   - iii) d(Donald) = __________   iv) s(André) = __________

c) Formulez deux exemples [tels que ceux énoncés en a) et en b)] correspondant à des fonctions et deux qui n'en sont pas.

d) À l'aide de cette notation, énumérez toutes les façons de représenter Martine qui correspondent à des fonctions.

e) Précisez si s[p(André)] fait partie de la liste préparée au point d). Donnez des explications.

Performance

2) Mentionner ce qui suit : Dans le cadre d'un jeu (dans lequel des lettres sont sélectionnées au hasard), une relation est illustrée entre les lettres de l'alphabet et les nombres entiers de 0 à 9. Si une lettre fait partie de la première moitié de l'alphabet, on lui attribue une valeur de 2, alors qu'une lettre de la seconde moitié de l'alphabet a une valeur de 5. S'il s'agit d'une voyelle, on attribue une valeur de 3, sinon, une valeur de 4. Demander aux élèves d'expliquer si cette relation est une fonction ou non en sachant que les lettres correspondent à la variable indépendante.

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C21 explorer et appliquer les relations fonctionnelles et leur notation, à la fois de façon formelle et informelle;

C33 faire une représentation graphique en construisant un tableau de valeurs, en se servant d'un outil technologique et, lorsque cela est approprié, en utilisant la méthode de la pente et de l'ordonnée à l'origine;

C9 construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C21

Dans le domaine des mathématiques, les relations sont étudiées en termes « d'un élément étant fonction d'un autre ». Par exemple,

- la distance est fonction du temps;
- remporter une course de vélo de montagne est fonction de la qualité du vélo;
- parler à Robert au téléphone est fonction de la composition du bon numéro.

Pour mettre l'accent sur le concept mathématique de la fonction, il faut rappeler aux élèves qu'une fonction est une relation telle que pour toute valeur du domaine (c.-à-d. la variable dépendante), il n'y a qu'une seule valeur de l'image (c.-à-d. la variable indépendante).

Ainsi, pour la relation $y = 2x + 1$, lorsque $x = 5$, $y = 11$. C'est la seule valeur possible de y correspondant à $x = 5$. Pour chaque valeur de x, les élèves trouveront une seule valeur de y et, par conséquent, $y = 2x + 1$ est une fonction.

D'un autre côté, examiner la relation $y = \pm\sqrt{x}$ (la représentation graphique est une parabole placée à l'horizontale). Lorsque $x = 4$, $y = \pm 2$. Cette relation n'est donc pas une fonction, car pour $x = 4$ (une valeur du domaine), il existe deux valeurs de y (valeurs de l'image).

C33/C9 L'examen de tableaux de valeurs correspondant à des relations devraient aider les élèves à déterminer si des relations sont des fonctions ou non.

x	y
0	0
1	±1
4	±2
9	±3

Tableau 1

x	y
0	1
1	2
2	3
3	8
4	8

Tableau2

Par exemple, ils peuvent observer, dans le tableau 1, que deux valeurs de y correspondent à x, et ce, dans plusieurs cas (ce n'est donc pas une fonction) mais que, dans le tableau 2, une seule valeur de y est associée à chaque valeur de x (il s'agit d'une fonction). (Nota : Le fait d'avoir une valeur de y associée à plus d'une valeur de x ne signifie pas qu'une relation n'est pas une fonction.)

Lorsque les élèves représentent graphiquement des relations, il faut les encourager à établir visuellement s'il s'agit d'une fonction ou non. Ils doivent aussi pouvoir expliquer de façon précise pourquoi une relation donnée est une fonction ou non. (Il n'est pas suffisant, par exemple, de simplement dire qu'un graphique représente une relation mais non une fonction. Il faut vérifier pourquoi les élèves pensent qu'il en est ainsi. Certains ajouteront peut-être qu'une relation n'est pas une fonction parce que, lorsqu'une droite est tracée sur la représentation graphique, elle passe par plus d'un point du graphique et que, par conséquent, il est possible de choisir une valeur de départ à laquelle correspondent plusieurs valeurs d'arrivée.)

En outre, ils peuvent utiliser le test de la droite verticale, mais il faut insister pour qu'ils expliquent clairement pourquoi un tel test montre qu'une relation est une fonction ou non.

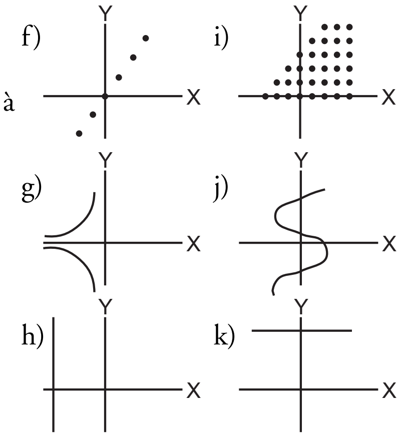
Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C21/C33/C9

Performance

1) Demander aux élèves de préciser quelles relations sont des fonctions et les inviter à justifier leurs choix.
   a) (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8)
   b) (-3, -3), (-2, -2), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)
   c) (3, -3), (2, -2), (1, -1), (0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)
   d) (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)
   e) (1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1)



2) Demander aux élèves de construire un tableau de valeurs pour chacune des relations ci-dessous (le domaine de la relation étant composé des nombres entiers de -3 à +3). Les inviter à préciser quelles relations sont des fonctions et à justifier leurs choix.
   a) $y \rightarrow 3y + 2$ b) $z \rightarrow z^2 + 1$
   c) $b \rightarrow b + b^2$ d) $s^2 \rightarrow s + 1$

Interrogation papier-crayon

3) Préciser que f(x) signifie la fonction f correspondant à la valeur en x « x », que l'on exprime souvent par f de x. Demander aux élèves de déterminer les valeurs ci-dessous sachant que $f(x) = \frac{3}{5}x - 7$ et $g(x) = -\frac{2}{3}x + 5$.
   a) f(5)
   b) f(-2)
   c) g(-3)
   d) g(9)
   e) x, si f(x) = -7
   f) x, si $g(x) = \frac{1}{2}$
   g) f(x) + g(x)

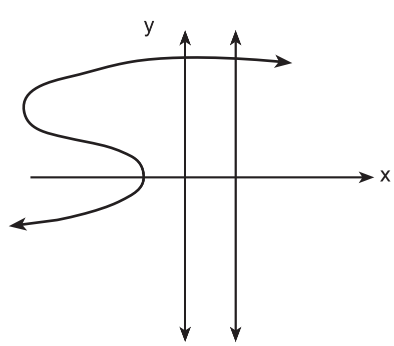
   Enrichissement facultatif :
   viii) f(g(x))
   ix) f(g(4))
   x) $g(f(\frac{1}{2}))$

4) Demander aux élèves de déterminer si f(a + b) = f(a) + f(b), si $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1$.

C33/C9

Entretien

5) Mentionner que lorsqu'on a demandé à Anne de déterminer si le graphique de la relation reproduit à droite représente une fonction, elle a répondu ce qui suit : Oui, c'est une fonction, car le test de la droite verticale est concluant. Ajouter que Barbara n'est pas d'accord. Demander à l'élève d'expliquer le raisonnement de Barbara.



6) Préciser que cette règle est une fonction : y = -3x + 5. Demander à l'élève de créer une règle qui n'est pas une fonction.

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10[e] année, l'élève devra pouvoir :

C22 analyser et décrire des transformations de fonctions quadratiques et les appliquer à des fonctions valeur absolue;

C23 exprimer des transformations de façon algébrique et à l'aide des règles de transformation;

C31 représenter graphiquement des équations et des inéquations et analyser ces représentations avec et sans l'aide d'un outil technologique à capacité graphique.

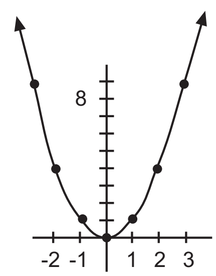
Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C22/C23 Le graphique d'une fonction quadratique est de forme parabolique. Les élèves devraient pouvoir déterminer l'emplacement et la forme du graphique d'une fonction quadratique en examinant la structure de l'équation correspondante.

Pour ce faire, ils doivent d'abord examiner le tableau de valeurs et la représentation graphique de la fonction quadratique de base $f(x) = x^2$. Ainsi, ils remarqueront la symétrie, qui est apparente à la fois dans le tableau et la représentation graphique, ainsi que la régularité de l'emplacement des points par rapport au sommet (0, 0).

x	y
–3	9
–2	4
–1	1
0	0
1	1
2	4
3	9

Régularité des points (par rapport au sommet) : déplacement horizontal de 1 unité, déplacement vers le haut de 1 unité; déplacement horizontal de 2 unités, déplacement vers le haut de 4 unités; déplacement horizontal de 3 unités, déplacement vers le haut de 9 unités, etc.



Lorsqu'il auront terminé cet examen des transformations de $f(x) = x^2$, les élèves pourront déterminer (par estimation visuelle) l'emplacement et la forme du graphique de toute équation quadratique de la forme $-k(y - v) = (x - h)^2$. Une à la fois, ils exploreront les incidence de la modification de k, de v et de h sur la forme et l'emplacement de l'image de $f(x) = x^2$. (Nota : Ces modifications sur $y = x^2$ ont les mêmes effets que sur d'autres fonctions et relations qui seront étudiées dans le cadre de cours subséquents.)

C22/C23/C31 On peut demander aux élèves, par exemple, de construire des tableaux de valeurs pour $y = x^2$ et $-y = x^2$ compte tenu du domaine suivant : $\{-3 \leq x \leq 3 \mid x \in Z\}$, de tracer les graphiques correspondants et de relever les ressemblances et les différences entre les graphiques et les tableaux. Ils devront répondre que toutes les valeurs de y qui satisfont à $-y = x^2$ sont les valeurs négatives de celles qui satisfont à $y = x^2$ et que le graphique de $-y = x^2$ est la réflexion par rapport à l'axe des x de $y = x^2$. Ils devront pouvoir généraliser et affirmer que lorsque le coefficient de y dans l'équation est une valeur négative, il y a une réflexion de $y = x^2$ par rapport à l'axe des x. Cela est évident dans la règle de transformation correspondante, soit $(x, y) \rightarrow (x, -y)$.

De même, ils peuvent examiner les tableaux de valeurs correspondant à $y = x^2$ et $y + 3 = x^2$, puis observer que toutes les valeurs de y dans $y + 3 = x^2$ sont inférieures de 3 unités aux valeurs de y correspondantes dans le tableau de $y = x^2$.

$y = x^2$		$y + 3 - x^2$	
x	y	x	y
-3	9	-3	6
-2	4	-2	1
-1	1	-1	-2
0	0	0	-3
1	1	1	-2
2	4	2	1
3	9	3	6

Suite...

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C22/C23/C31

Performance

1) Demander aux élèves :
   a) de construire des tableaux de valeurs correspondant à $y = x^2$, $y = (x + 1)^2$ et $y = (x - 3)^2$ pour les valeurs de y suivantes : -3, -2, -1, 0, 1, 2 et 3;
   b) de tracer les graphiques correspondant à ces trois relations;
   c) de comparer les valeurs de x dans les trois tableaux et d'expliquer ce qu'ils observent;
   d) de comparer les trois graphiques et les trois équations;
   e) de préciser quel aspect des équations leur permet de déterminer l'emplacement des graphiques;
   f) de terminer l'énoncé suivant : La translation horizontale est apparente dans l'équation. Il s'agit de l'inverse ___________ du nombre additionné à ________.

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10^e année, l'élève devra pouvoir :

C22 analyser et décrire des transformations de fonctions quadratiques et les appliquer à des fonctions valeur absolue;

C23 exprimer des transformations de façon algébrique et à l'aide des règles de transformation;

C31 représenter graphiquement des équations et des inéquations et analyser ces représentations avec et sans l'aide d'un outil technologique à capacité graphique.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

(suite)

Ainsi, ils devraient pouvoir affirmer que, lorsqu'une équation comporte l'expression y + 3, on assiste à une translation verticale de -3 du graphique représentatif de $y = x^2$ et que la translation correspond à l'inverse additif du nombre additionné à y. Cela est évident dans la règle de transformation suivante ; $(x, y) \rightarrow (x, y - 3)$.

De la même façon, les élèves détermineront qu'une valeur non nulle de h [dans $y = (x - h)^2$] produit une translation horizontale. (Consulter l'activité présentée sur la page ci-avant.)

C22/C23/C31 En bout de ligne, les élèves devront décrire le graphique d'une fonction quadratique telle que $-(y + 2) = (x - 1)^2$ comme étant ouverte vers le bas (réflexion) et dont le sommet est le point (1, -2). Cela peut aussi être exprimé au moyen de la règle de transformation suivante : $(x, y) \rightarrow (x + 1, -y - 2)$. La régularité des points (telle que décrite à la page 120) est touchée uniquement dans ce cas par la réflexion (c.-à-d. que tout déplacement vers le haut devient un déplacement vers le bas) et, par conséquent, elle sera la suivante : déplacement horizontal de 1 unité, déplacement vers le bas de 1 unité; déplacement horizontal de 2 unités, déplacement vers le bas de 4 unités; déplacement horizontal de 3 unités, déplacement vers le bas de 9 unités; et ainsi de suite, par rapport au sommet (1, -2).

Finalement, les élèves constateront que l'agrandissement vertical correspond à l'inverse multiplicatif du coefficient de y et qu'il doit être multiplié par les valeurs du déplacement vers le haut ou vers le bas de la régularité de base des points. Par exemple, le graphique de $\frac{1}{2}y = (x + 1)^2$ est ouvert vers le haut et il a son sommet au point (-1, 0). La régularité qu'il présente est la suivante : déplacement horizontal de 1 unité, déplacement vers le haut de 2 unités; déplacement horizontal de 2 unités, déplacement vers le haut de 8 unités; déplacement horizontal de 3 unités, déplacement vers le haut de 18 unités. Ces transformations peuvent être exprimées par la règle $(x, y) \rightarrow (x - 1, 2y)$, dont on peut se servir pour obtenir les coordonnées des points de l'image : à partir du tableau 1, soustraire 1 unité de toutes les valeurs de x et multiplier toutes les valeurs de y par 2, ce qui permet d'obtenir les données du tableau 2.

$y = x^2$

x	y
–3	9
–2	4
–1	1
0	0

Tableau 1

$\frac{1}{2}y = (x + 1)^2$

x	y
–4	18
–3	8
–2	2
1	0

Tableau 2

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

Ressources suggérées

C22/C23

Interrogation papier-crayon

1) Demander aux élèves de décrire, verbalement et à l'aide des règles de transformation, les transformations apparentes dans les équations suivantes.

   a) i) $y + 10 = (x - 5)^2$

      ii) $-(y + 1) = x^2$

      iii) $-\frac{1}{2}(y + 2) = (x - 1)^2$

      iv) $3y = (x + 2)^2$

   b) i) $y + 5 = | x - 2 |$

      ii) $-(y - 2) = | x + 5 |$

2) Demander aux élèves d'écrire les équations des images de i) $y = x^2$ et de ii) $y = | x |$, compte tenu des règles de transformation suivantes.

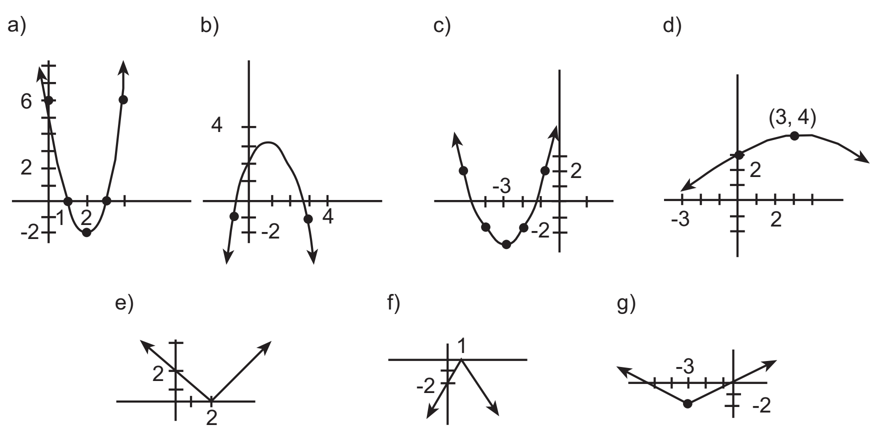
   a) $(x, y) \rightarrow (x - 1, 3y)$

   b) $(x, y) \rightarrow (x, -\frac{1}{2}y)$

   c) $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$

   d) $(x, y) \rightarrow (x, -\frac{3}{4}y + 1)$

3) Demander aux élèves de décrire les transformations illustrées dans les représentations graphiques ci-dessous, puis les inviter à écrire les équations correspondantes.



Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

E5 **se servir des transformations pour tracer des graphiques;**

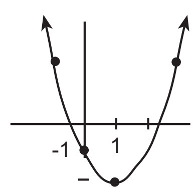
C31 **représenter graphiquement des équations et des inéquations et analyser ces représentations avec et sans l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**

C24 **formuler des équations différemment;**

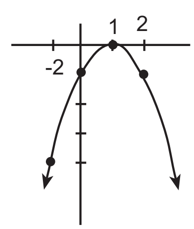
C23 **exprimer des transformations de façon algébrique et à l'aide des règles de transformation.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

E5/C31 En explorant les transformations de $y = x^2$, les élèves doivent s'exercer à tracer les images de cette équation, compte tenu de certaines transformations, équations ou règles de transformation.
Ils apprendront à tracer des graphiques en respectant une certaine procédure. Par exemple, lorsqu'ils auront à représenter graphiquement $y + 2 = (x - 1)^2$, leur raisonnement sera le suivant : « Le sommet est situé au point (1, -2), le graphique est ouvert vers le haut et il n'y a aucun agrandissement. Donc, pour construire le graphique, je placerai le sommet au point (1, -2) et (en partant du sommet chaque fois), je ferai un déplacement horizontal de 1 unité et un déplacement vers le haut de 1 unité; un déplacement horizontal de 2 unités et un déplacement vers le haut de 4 unités; un déplacement horizontal de 3 unités et un déplacement vers le haut de 9 unités. » (Consulter le graphique illustré ci-dessous, à gauche.) Lorsqu'on leur demandera de représenter graphiquement $-\frac{1}{2}(y - 1) = x^2$, leur raisonnement sera le suivant : « Il y a une réflexion par rapport à l'axe des x (le graphique est ouvert vers le bas), un agrandissement vertical de 2 et une translation verticale de 1. Comme les éléments « - » et « $\frac{1}{2}$ » modifient la variable y, ils ont une incidence sur la régularité, mais le sommet n'est pas touché par la multiplication. Donc, je placerai le sommet image au point (0, 1), mais, en partant de ce point, je ferai un déplacement horizontal de 1 unité et un déplacement vers le bas de 2 unités (le déplacement vers le haut est remplacé par un déplacement vers le bas et l'on multiplie par 2), puis un déplacement horizontal de 2 unités et un déplacement vers le bas de 8 unités (c.-à-d. 4 x 2) et ainsi de suite. » (Consulter le graphique illustré ci-dessous, à droite.)



$y + 2 = (x - 1)^2$



$-\frac{1}{2}(y - 1) = x^2$

C24 Des équations telles que i) $-\frac{1}{2}y + 3 = (x - 1)^2$ et ii) $2y = x^2 + 6$ ne sont pas sous forme transformée et elles doivent être présentées différemment pour faciliter ces techniques de représentation graphique. Les élèves doivent pouvoir dire que la première équation n'est pas sous forme transformée, car 3 unités sont ajoutées à $-\frac{1}{2}y$ et non uniquement à y, et qu'il faut « séparer » la valeur $-\frac{1}{2}$ du y. Dans la deuxième équation, 6 unités sont ajoutées à x^2 et non uniquement à x et ils devront déplacer cette quantité dans l'autre membre de l'équation (côté du y).

i) $-\frac{1}{2}y + 3 = (x - 1)^2$
$-\frac{1}{2}(y - 6) = (x - 1)^2$

ii) $2y = x^2 + 6$
$2y - 6 = x^2$
$2(y - 3) = x^2$

Suite...

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

E5/C23/C31

Interrogation papier-crayon

1) Demander aux élèves de décrire les transformations apparentes dans chacune des équations ci-dessous, puis les inviter à tracer les graphiques images de $y = x^2$.
   a) $-3(y - 2) = x^2$
   b) $y = (x + 1)^2$
   c) $-(y + 1) = (x - 2)^2$
   d) $y + 1 = (x - 3{,}5)^2$

2) Demander aux élèves de tracer le graphique image de $y = x^2$ et de formuler la règle de transformation dans les cas suivants :
   a) réflexion par rapport à l'axe des x et translation de 2 unités vers le bas;
   b) agrandissement vertical de $\frac{2}{3}$, translation de 3 unités vers le haut et translation horizontale de 1 unité.

3) Demander aux élèves d'expliquer la relation entre :
   a) la règle de transformation et la description verbale d'une transformation;
   b) la description verbale d'une transformation et l'équation;
   c) l'équation et la représentation graphique, en rapport avec la transformation.

4) Demander aux élèves de répondre aux questions ci-dessous sans tracer le graphique des fonctions données.
   a) Quel graphique a son sommet au point le plus éloigné vers la droite et vers le haut?
   b) Quel graphique est plus large que les autres?
   c) Quel graphique est ouvert vers le bas?

   Fonctions :
   i) $-3y = (x + 5)^2$
   ii) $\frac{1}{5}y = (x - 2)^2$
   iii) $\frac{1}{2}(y - 3) = (x - 5)^2$
   iv) $0{,}75(y + 1) = (x - 2)^2$

C31/C23/C24

Journal

5) Demander aux élèves de représenter graphiquement $y = x^2 - 2x - 15$ à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique et les inviter à décrire le graphique à l'aide du plus grand nombre de représentations possible en se basant sur les transformations de $y = x^2$.

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

E5 se servir des transformations pour tracer des graphiques;

C31 représenter graphiquement des équations et des inéquations et analyser ces représentations avec et sans l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;

C24 formuler des équations différemment;

C23 exprimer des transformations de façon algébrique et à l'aide des règles de transformation.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

(Suite)
C23 Lorsqu'on présente aux élèves une représentation graphique qui est l'image du graphique représentatif de $y = x^2$, ils doivent être en mesure de décrire les transformations et d'énoncer la règle de transformation et l'équation correspondantes en se basant sur leurs connaissances des transformations. Par exemple, en se basant sur le graphique de gauche ci-dessus, ils décriront l'image comme étant « une translation verticale de -2 unités et une translation horizontale de 1 unité » et ils formuleront la règle de transformation suivante : $(x, y) \rightarrow (x + 1, y - 2)$.

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C22 analyser et décrire des transformations de fonctions quadratiques et les appliquer à des fonctions valeur absolue;

C27 résoudre des équations linéaires, radicales simples, exponentielles et valeur absolue ainsi que des inéquations linéaires.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C22 Une fois que les élèves connaissent bien la fonction valeur absolue, $y = |x|$, ils devraient pouvoir appliquer leurs connaissances des transformations en rapport avec $y = x^2$ à la fonction valeur absolue. (Consulter certaines tâches proposées à la page 153 ainsi que celles de la page ci-contre.)

C27 Lorsqu'on présente la fonction valeur absolue pour la première fois, on peut inviter les élèves à représenter graphiquement $y = x$ pour $x \geq 0$, puis $y = -x$ pour $x \leq 0$. On leur demande ensuite d'examiner leurs graphiques et de décrire la fonction du plus grand nombre de façons possible. Une façon de la décrire de façon symbolique est de le faire par intervalles, soit

$$y = \begin{cases} x, x \geq 0 \;/\; x \in R \\ -x, x \leq 0 \;/\; x \in R \end{cases}$$

On peut alors présenter la notation valeur absolue comme une autre façon de définir la fonction. En plus de représenter graphiquement et de transformer la fonction valeur absolue, les élèves doivent apprendre à résoudre des équations valeur absolue simples en les exprimant sous forme d'équations définies par intervalles.

Par exemple, si on leur demande de résoudre $3|x| - 5 = 0$, leur raisonnement sera le suivant :

Si $x \geq 0$, alors $|x| = x$,

donc, je résous $3x - 5 = 0$ et j'obtiens $x = \frac{5}{3}$.

Si $x \leq 0$, $|x| = -x$, donc

$-3x - 5 = 0$, d'où $x = -\frac{5}{3}$.

En se basant sur ces deux éléments d'information, ils déduiront que $x = \frac{5}{3}$ ou $-\frac{5}{3}$.

Exemple nº 2 : Si on leur demande de résoudre $2|x - 2| = 3$, leur raisonnement sera le suivant :

$$\begin{aligned} \text{Si } x - 2 \leq 0, \text{ alors } |x - 2| &= x - 2; \\ \text{donc } 2(x - 2) &= 3 \\ 2x - 4 &= 3 \\ 2x &= 7 \\ x &= \tfrac{7}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Si } x - 2 \leq 0, \text{ alors } |x - 2| &= -(x - 2) \\ \text{donc, } 2(-x + 2) &= 3 \\ -2x + 4 &= 3 \\ -2x &= -1 \\ x &= \tfrac{1}{2} \end{aligned}$$

$\therefore$ l'ensemble-solution est $\{\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\}$

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

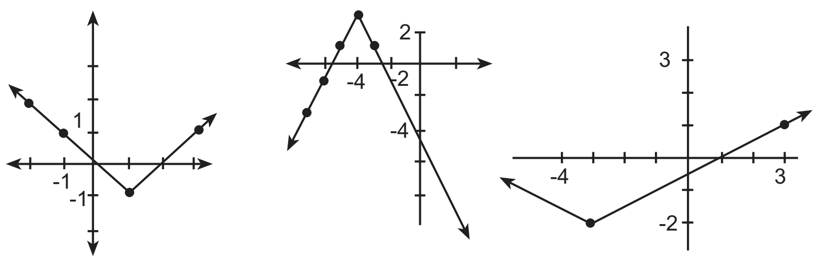
C22

Interrogation papier-crayon

1) Demander aux élèves de décrire les transformations apparentes dans les équations, puis les inviter à tracer les graphiques images de $y = |x|$.
   a) $-2(y - 3) = |x|$ b) $\frac{1}{2}y = |x - 1|$ c) $-\frac{1}{3}(y - 5) = |x + 2|$
   d) $y + 1 = |2x - 1{,}5|$ e) $-3y + 5 = \frac{1}{3}|x + 2{,}5|$

2) Demander aux élèves de tracer le graphique image de $y = |x|$ et d'indiquer la règle de transformation dans chacun des cas :
   a) réflexion par rapport à l'axe des x, translation de 2 unités vers le haut;
   b) agrandissement vertical de $\frac{3}{5}$, translation de 2 unités vers le bas et translation horizontale de 5 unités.

3) Demander aux élèves d'écrire la règle de transformation des graphiques ci-dessous, qui sont des images de $y = |x|$.



C27

4) a) Demander aux élèves de résoudre :
   i) $-2|x| + 5 = 4$ ii) $-|x - 5| + 2 = 0$ iii) $|2x - 3| -1 = 7$

   b) Les inviter à expliquer comment ils pourraient vérifier leurs résultats à l'aide d'une représentation graphique.

Journal

5) Demander aux élèves d'expliquer pourquoi, lorsqu'ils résolvent une équation valeur absolue, ils doivent examiner l'expression à l'intérieur des signes de valeur absolue (l'argument) pour les valeurs positives et zéro, puis pour les valeurs négatives.

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

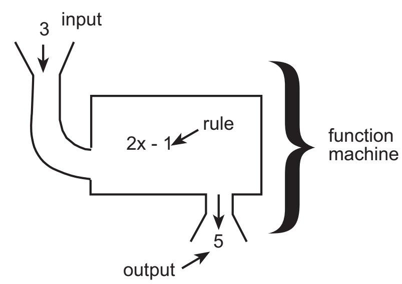
RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C21 explorer et appliquer les relations fonctionnelles et leur notation, à la fois de façon formelle et informelle.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

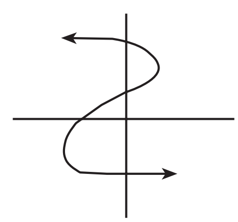
La section précédente (pages 146 à 159) traite des fonctions et des transformations en rapport avec le programme de base. Toutefois, dans le cas de certains élèves, il est possible d'étudier les fonctions de façon informelle uniquement et de ne pas aborder les transformations. (Consulter la note figurant à la page 146 pour obtenir des précisions à ce sujet.) Une telle modification du programme est présentée sur la présente page et la page ci-contre.

C21 Les élèves doivent commencer à comprendre le rapport qui existe entre une relation et une fonction. Ils doivent débuter en explorant de façon informelle des relations fonctionnelles. Pour ce faire. ils peuvent jouer à un jeu appelé « Quelle est ma règle? ». Un élève formule une règle (p. ex. 1 de moins que le double d'un nombre), un camarade suggère un nombre et le premier élève indique le nombre généré par l'application de cette règle. Le deuxième élève continue à nommer des valeurs de départ jusqu'à ce qu'il puisse deviner la règle. (Nota : Il est bon d'encourager les élèves à construire un tableau afin d'organiser l'information recueillie, ce qui facilitera la découverte de la règle.)



Ce type d'activité (que l'on peut représenter par un dispositif représentant des fonctions) permet aux élèves de comprendre les concepts de départ et d'arrivée. Dans les cas où il n'y a qu'une valeur d'arrivée pour une valeur de départ, il s'agit d'une fonction. Les élèves peuvent créer leurs propres dispositifs et inviter leurs camarades à deviner les fonctions en cause.

Lorsque les élèves représentent graphiquement des relations, il faut les encourager à établir visuellement s'il s'agit d'une fonction ou non. Ils doivent aussi pouvoir expliquer de façon précise pourquoi une relation donnée est une fonction ou non. (Il n'est pas suffisant, par exemple, de simplement dire que ce graphique représente une relation mais non une fonction. Il faut vérifier pourquoi les élèves pensent qu'il en est ainsi. Certains ajouteront peut-être que ce n'est pas une fonction parce que, lorsqu'une droite est tracée sur la représentation graphique, elle passe par plus d'un point du graphique et que, par conséquent, il est possible de choisir une valeur de départ à laquelle correspondent plusieurs valeurs d'arrivée.)



En outre, ils peuvent utiliser le test de la droite verticale, mais il faut insister pour qu'ils expliquent clairement pourquoi un tel test montre qu'une relation est une fonction ou non.

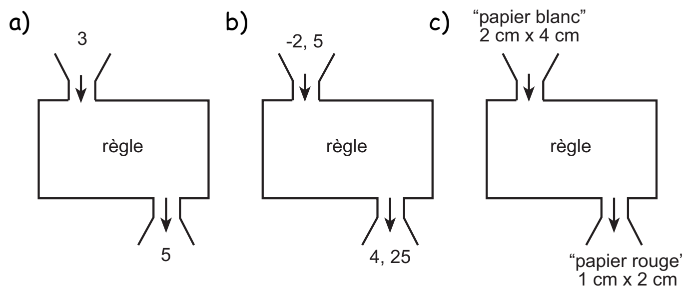
Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

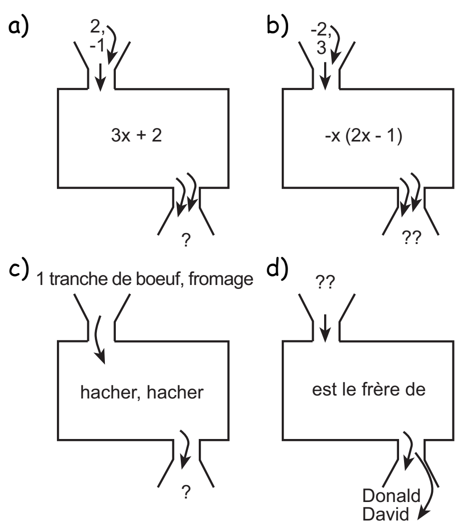
C21

Interrogation papier-crayon

1) Demander aux élèves de déterminer, dans chacun des cas ci-dessous, une « règle » ou une fonction qui, appliquée à la valeur de départ, permet d'obtenir la valeur d'arrivée indiquée.

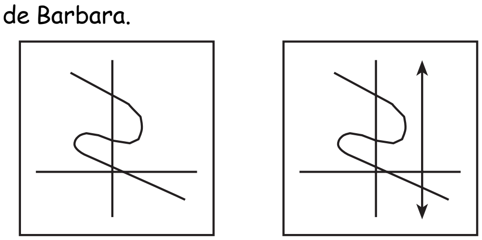


2) Demander aux élèves de déterminer la valeur de départ ou d'arrivée inconnue dans chacun des cas ci-dessous.



Entretien

3) Mentionner ce qui suit : On a demandé à Anne de déterminer si le premier graphique représente une relation ou une fonction. Elle a fait le test de la droite verticale et a répondu ce qui suit : Oui, c'est une fonction, car le test de la droite verticale est concluant (consulter le second graphique). Préciser que Barbara n'est pas d'accord. Demander à l'élève d'expliquer le raisonnement de Barbara.



(1) (2)

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C1 **exprimer des problèmes sous forme d'équations et vice versa;**

C2 **modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires, quadratiques, exponentielles et polynomiales et des inéquations linéaires;**

F11 **décrire des relations de la vie réelle illustrées au moyen de graphiques, de tableaux de valeurs et de descriptions écrites;**

C8 **relever, généraliser et appliquer des régularités;**

F6 **résoudre des problèmes en modélisant des phénomènes réels;**

C3 **recueillir des données, les représenter graphiquement en utilisant les échelles appropriées et faire preuve de sa compréhension des variables indépendante et dépendante ainsi que du domaine et de l'image;**

C4 **créer et analyser des diagrammes de dispersion à l'aide d'un outil technologique approprié;**

C5 **tracer des graphiques en se fondant sur des énoncés, des tableaux et des données recueillies;**

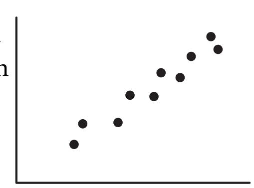
C9 **construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables.**

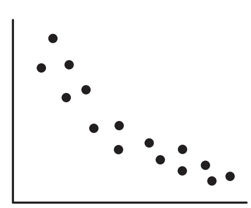
Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C1/C2/F11/C8/F6 La modélisation mathématique est un processus qui consiste à représenter symboliquement une relation et à se servir de ce modèle pour répondre à des questions ayant trait au problème posé. Les modèles aident à clarifier la relation qui existe entre les variables et ils permettent la résolution de problèmes et la prévision de résultats. La principale qualité d'un modèle est son utilité pour faire des prévisions. Par conséquent, la modélisation est une forme concrète et essentielle de résolution de problème.

F6/C3/C4/C5/C9 La démarche de modélisation inclut souvent la réalisation d'une expérience dans le but de recueillir des données concernant une situation, l'organisation de ces données sous forme de tableaux et de représentations graphiques et la détermination d'une règle mathématique ou d'une équation permettant de prévoir des valeurs inconnues. Les élèves étudieront des phénomènes réels à partir de données secondaires ou ils réaliseront des expériences au cours desquelles ils recueilleront des données. Ils les représenteront graphiquement et ils se serviront de ces représentations pour déterminer une équation qui leur permettra de prévoir des résultats et de résoudre des problèmes.

C2/C4/C5/C9 Lorsque les élèves étudient les fonctions et leurs représentations graphiques, il est important qu'ils acquièrent une compréhension de la forme générale de ces représentations graphiques. Par exemple, lorsqu'ils étudient les relations linéaires, ils apprennent qu'un taux de variation constant est associé à chaque relation et que ce taux de variation peut être positif, négatif, nul ou infini – chacune de ces situations produisant une représentation graphique d'une relation linéaire, mais dont l'inclinaison et la direction sont différentes. Certaines représentations graphiques de relations linéaires passent par l'origine, alors que ce n'est pas le cas pour d'autres. Dans le cours de la modélisation, les élèves doivent pouvoir dire, en se fondant sur le contexte ou les données, si le tracé de la représentation graphique passera ou non par l'origine. Ils doivent aussi pouvoir dire, selon le taux de variation ou le contexte, si le graphique est une droite ou une courbe. S'il s'agit d'une courbe, ils doivent être en mesure de déterminer si elle est de forme parabolique ou autre. Ils doivent commencer à se « construire » une boîte à outils comprenant des représentations graphiques de fonctions connues et des modèles d'équations correspondants. Celle-ci doit comprendre des relations linéaires, polynomiales, quadratiques et exponentielles (consulter, par exemple, l'activité 1 proposée sur la page ci-contre).





Lorsque les élèves observent des diagrammes de dispersion semblables à ceux qui sont illustrés ci-contre, la disposition des points peut très bien faire ressortir un ou plusieurs modèles mathématiques spécifiques. (Dans ce cas, le diagramme du haut semble présenter une tendance linéaire, alors que les données du diagramme du bas, qui semblent non linéaires, peuvent indiquer une relation quadratique, exponentielle ou autre.) Toutefois, la sélection d'un modèle mathématique ne doit pas reposer uniquement sur les tendances observées visuellement dans les diagrammes de dispersion. Ainsi, il arrive souvent que le contexte ou la situation donne aussi une idée de la nature du modèle mathématique.

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C1/C2/F11/F6/C3/C4/C5/C9

Activité

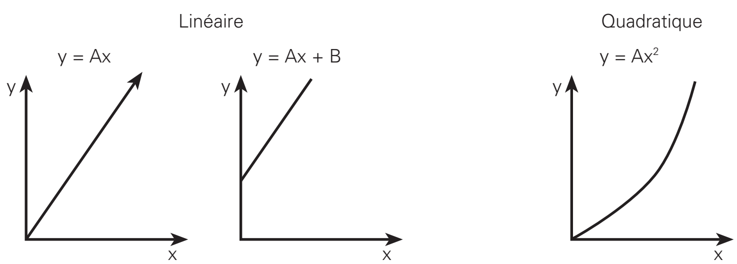
1) Présenter cette activité sur la chute d'une pierre.

Temps (secondes)	0	1	2	3	4	5
Distance parcourue (mètres)	0	5	20	45	80	125

Demander aux élèves de réaliser les exercices suivants :

a) Faites une représentation graphique approximative de ces données.
b) Les données du tableau indiquent-elle des régularités? Décrivez-les à l'aide d'un énoncé et, si possible, avec une équation.
c) On laisse tomber une pierre d'un avion. Quelle distance parcourt-elle en 10 secondes?
d) Quelle représentation graphique ressemble le plus à celle que vous avez réalisée pour représenter la pierre en chute libre?

Boîte à outils



2) Mentionner que chaque élève d'une classe a mesuré son tour de poignet et de cou (en centimètres). Ajouter que les données correspondantes figurent dans le tableau ci-dessous.

Poignet	Cou	Poignet	Cou
15	30	17,5	33,5
15,5	31	15	33
14	34,5	16	35
15	34	14	32
15,5	31	17	40
18	35	16,5	39,5
15	33	17,5	37,5
15,5	31	15	33
14	34,5	18	42
19	40	21	42,5
14,5	35,5	20	39
16	36,5	14,5	36,5
18	38,5		

a) Demander aux élèves de reporter ces données dans un diagramme (tour de poignet, tour du cou) et les inviter à estimer la force de la relation.
b) Animer une discussion sur la relation entre le tour de poignet et le tour du cou. Demander aux élèves si elle semble linaire ou non.
c) Demander aux élèves de prévoir le tour du cou de Robert en sachant que le tour de son poignet mesure 21 cm. Les inviter à justifier leurs réponses.

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

F6 **résoudre des problèmes en modélisant des phénomènes réels;**

C9 **construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;**

C4 **créer et analyser des diagrammes de dispersion à l'aide d'un outil technologique approprié;**

F9 **faire preuve d'une compréhension intuitive de la corrélation;**

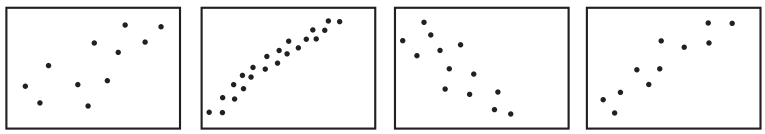
C1 **exprimer des problèmes sous forme d'équations et vice versa;**

C14 **déterminer l'équation d'une droite au moyen de la pente et de l'ordonnée à l'origine;**

F10 **se servir de l'interpolation, de l'extrapolation et des équations pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

F6/C9/C4/F9 Au cours du processus de modélisation, les données recueillies sont représentées graphiquement afin de faciliter la résolution d'un problème. Une telle représentation des données est appelée « diagramme de dispersion », dont la forme aidera les élèves à définir une relation possible entre les deux variables et à déterminer quelle fonction serait le modèle le plus approprié. Ces derniers doivent pouvoir décrire la force d'une relation (qui est, par exemple, forte ou faible) en observant la proximité des points comparativement à une droite ou une courbe passant par la plupart de ces points. Ils peuvent aussi décrire la relation comme étant croissante ou décroissante, selon la tendance suggérée par les points.

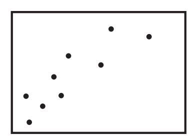


faible forte décroissante croissante

Examiner, par exemple, les données contenues dans le tableau ci-dessous, qui établissent un lien entre le nombre de moustiques éliminés et un indice d'exposition à un nouvel insecticide.

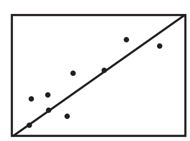
Indice d'exposition	2,5	2,6	3,4	1,3	1,6	3,8	11,6	6,4	8,3
Moustiques éliminés	147	130	130	114	138	162	208	178	210

Ces données sont représentées dans le diagramme de dispersion ci-dessous. Les élèves décriront probablement la relation comme étant croissante et faible. Il est difficile de formuler des prévisions en se fondant sur une relation faible. En général, toutefois, les élèves décriront cette relation en affirmant que plus l'indice d'exposition est élevé, plus le nombre de moustiques éliminés est élevé. Il leur sera facile de faire des prévisions s'ils tracent d'abord la droite ou la courbe la mieux ajustée.



C1/C14/F10 Dans le passé, les élèves ont tracé des droites les mieux ajustées à main levée ou en utilisant un repère quelconque, par exemple un spaghetti non cuit. En faisant passer la droite par deux points spécifiques et en se servant de ces points pour trouver la pente et l'ordonnée à l'origine, ils sont en mesure de déterminer l'équation qui définit la droite. Cette droite devient le modèle sur lequel ils fondent leurs prévisions (par interpolation et extrapolation).

Comme peu de points sont situés très près de la droite modèle (relation faible), les élèves doivent faire preuve de précaution au moment d'énoncer leurs prévisions. Il se peut que la droite ne permette pas de prévoir avec exactitude le nombre de moustiques éliminés.



Lorsqu'ils compareront leurs équations, les élèves noteront qu'elles manquent d'homogénéité. Une méthode servant à produire des modèles mathématiques plus constants et fiables est expliquée sur les pages suivantes.

D'après le programme de base, les élèves doivent déterminer la droite la mieux ajustée à la fois à l'aide de la méthode des médianes et de celle de la droite des moindres carrés (régression linéaire) (RAA F8). Toutefois, il est possible de modifier le programme pour certains élèves en se limitant à la régression linéaire (réalisée avec un outil technologique). Ainsi, la méthode des médianes (telle que présentée aux pages 166 et 167) peut être omise.

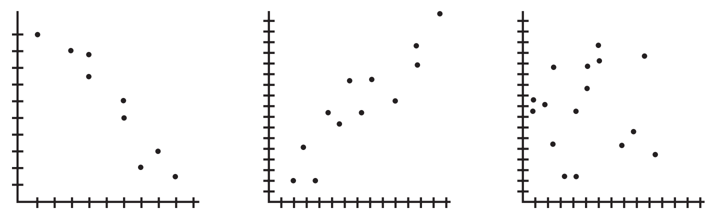
Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

F9/C4/C9

Interrogation papier-crayon/entretien

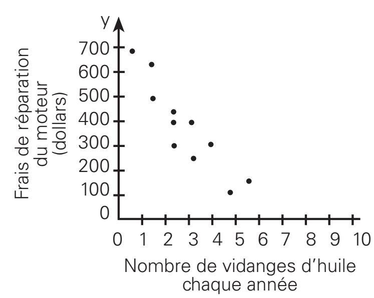
1) Demander aux élèves de décrire les diagrammes de dispersion suivants en précisant si la relation est a) faible ou forte et b) croissante ou décroissante.



2) Les inviter à tracer la droite la mieux ajustée sur chacun des diagrammes ci-dessus.

F6/C4/C9/C1/F10/C14

3) a) Demander aux élèves de consulter le graphique afin d'estimer le coût que Thomas devra assumer s'il éprouve des ennuis de moteur, en sachant qu'il fait cinq vidanges d'huile chaque année.



b) Leur demander de déterminer le nombre de vidanges d'huile nécessaire de façon à maintenir les frais annuels de réparation du moteur inférieurs à 200 $.

c) Les inviter à tracer la droite la mieux ajustée et de s'en servir pour répondre à la question a) ci-dessus. Après avoir comparé leurs réponses, ils devront expliquer toute différence observée.

d) Leur demander de déterminer l'équation de la droite la mieux ajustée et de s'en servir pour répondre à la question b) ci-dessus. Les inviter à expliquer toute différence observée par rapport à leurs réponses initiales à cette question.

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

F8 **déterminer et appliquer la droite la mieux ajustée au moyen de la méthode des moindres carrés et de la méthode des médianes, avec et sans l'aide d'un outil technologique, et expliquer les différences entre les deux méthodes;**

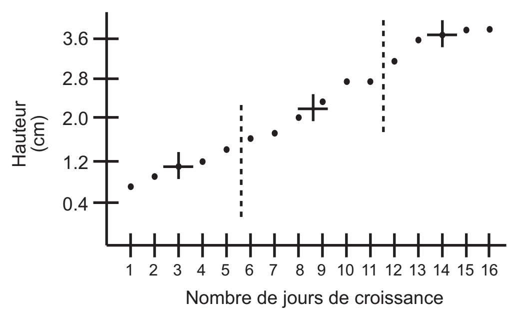
C1 **exprimer des problèmes sous forme d'équations et vice versa;**

F10 **se servir de l'interpolation, de l'extrapolation et des équations pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

F8/C1/F10 Pour favoriser la constance, les élèves doivent déterminer la droite la mieux ajustée au moyen d'une démarche uniforme reproductible. Une telle démarche est appelée la méthode des médianes. Elle produit la droite la mieux ajustée en fonction des médianes des données (séparées en trois groupes). Cette méthode est expliquée en détail ci-dessous relativement aux données fournies et au diagramme de dispersion correspondant.

Jours	Hauteur des plantes de pois (cm)
1	0.7
2	0.9
3	1.1
4	1.2
5	1.4
6	1.6
7	1.7
8	2.0
9	2.3
10	2.7
11	2.7
12	3.1
13	3.5
14	3.6
15	3.7
16	3.7



Démarche pour obtenir la droite de régression des médianes.

1) Séparer les données en trois groupes égaux (voir les lignes pointillées). Étant donné que l'ensemble compte 16 données, la donnée supplémentaire est placée dans le groupe du milieu. (S'il y avait 17 données, les deux données supplémentaires seraient placées dans les groupes externes.)
2) Trouver l'abscisse de la médiane de chaque groupe (voir la ligne verticale continue tracée dans chaque groupement).
3) Trouver l'ordonnée de la médiane de chaque groupe (voir la ligne horizontale tracée dans chaque groupement).
4) Trois points ont ainsi été déterminés. Utiliser les deux points extrêmes pour déterminer la pente de la droite des médianes.
5) La droite des médianes est obtenue en déplaçant la droite temporaire joignant les deux points jusqu'au tiers de la distance la séparant du troisième point. Sa pente sera la même que la pente calculée, car les deux droites sont parallèles.
6) On peut se servir de la droite temporaire pour déterminer la hauteur du point central (à 8 ½ jours).
7) Un tiers de la distance entre la hauteur correspondant à 8 ½ jours obtenue à l'étape 6 et la hauteur du point central permettra d'obtenir une valeur qui peut être ajoutée à la hauteur à l'origine de la droite temporaire ou déduite de celle-ci afin d'obtenir la hauteur à l'origine de la droite de régression des médianes.

Les élèves doivent pouvoir expliquer en quoi les médianes sont moins touchées par les données extrêmes et que, par conséquent, les droites fondées sur les valeurs médianes sont plus susceptibles de refléter la relation. Bien que tous les élèves produiront la même droite de régression des médianes, il faut leur rappeler qu'il s'agit uniquement d'un modèle approximatif d'une relation.

Nota : Demander aux élèves d'examiner le diagramme de dispersion et la droite de régression des médianes afin d'expliquer en quoi le fait de changer une ou deux données modifierait (et ne modifierait pas) l'équation de la droite.

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

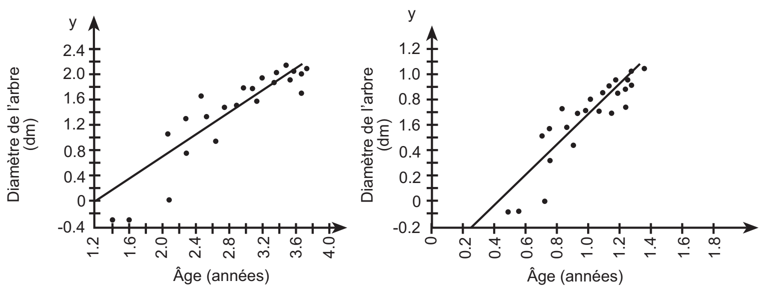
Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

F8/C1/F10

Entretien/exposé

1) a) Demander aux élèves d'interpréter l'ordonnée à l'origine et l'abscisse à l'origine dans ces deux diagrammes. Leur demander de préciser quelle information est utile et laquelle ne l'est pas. Les inviter à expliquer comment ils expliqueraient au propriétaire d'une usine de pâte de bois ce que ces coordonnées à l'origine indiquent ainsi que leur utilité. (Nota : Les élèves doivent discuter des raisons pour lesquelles l'axe horizontal est déplacé et les trois premières données sont impossibles. Leur faire remarquer aussi que ces diagrammes illustrent les risques d'extrapoler au-delà des données recueillies.)

b) Leur demander d'interpréter la pente et d'expliquer son utilité dans cette situation.



c) Leur demander d'utiliser la méthode des médianes pour déterminer l'équation de la droite de régression des médianes.

d) Leur demander d'estimer le diamètre de deux arbres en consultant le diagramme, puis de le déterminer à l'aide de la droite de régression des médianes :

i) un premier arbre après 2,45 années;

ii) un deuxième arbre après 0,55 année.

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

F6 **résoudre des problèmes en modélisant des phénomènes réels;**

C4 **créer et analyser des diagrammes de dispersion à l'aide d'un outil technologique approprié;**

F8 **déterminer et appliquer la droite la mieux ajustée au moyen de la méthode des moindres carrés et de la méthode des médianes, avec et sans l'aide d'un outil technologique, et expliquer les différences entre les deux méthodes;**

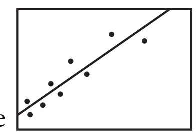
F9 **faire preuve d'une compréhension intuitive de la corrélation;**

C17 **résoudre des problèmes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

F6/C4/F8/F9/C17 Les élèves doivent comprendre que la méthode qui consiste à tracer la courbe la mieux ajustée à main levée manque d'homogénéité et que la méthode des médianes peut parfois produire des droites qui ne représentent peut-être pas les données de la meilleure façon possible. Une façon plus uniforme de tracer la droite la mieux ajustée est de la faire à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique. La droite de régression des médianes peut être produite à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique, mais la plupart des statisticiens se servent de la droite des moindres carrés (fondée sur les moyennes des points), qui minimise la somme des carrés des distances entre les données réelles et les valeurs prévues.

Dans le cadre du problème présenté à la page 164 portant sur l'élimination des moustiques, les élèves ont déjà déterminé, en se fondant sur le diagramme de dispersion, que plus la population de moustiques est exposée aux insecticides, plus le nombre de moustiques éliminés est élevé. Lorsqu'on leur demande de prévoir le nombre de moustiques éliminés compte tenu d'un indice d'exposition de 7, ils peuvent interpoler les données du diagramme de dispersion, ce qui leur permet d'obtenir une réponse approximative de 190. Pour obtenir une réponse plus exacte, ils doivent produire la droite la mieux ajustée à l'aide d'un outil technologique. Ce processus est appelé la régression linéaire et la droite ainsi produite, la droite des moindres carrés. En gros, la calculatrice affiche la droite de façon à minimiser la distance entre chaque point et la droite. L'outil technologique détermine l'équation de la droite et trace celle-ci sur le diagramme, tout en donnant une indication de la qualité de l'ajustement en affichant la valeur de r (coefficient de corrélation), dont la valeur maximale est +1. Un coefficient de corrélation de près de 1 indique une forte association positive. Ainsi, à mesure qu'une variable augmente, la seconde variable augmente aussi. La valeur minimale de r est de -1. Une telle valeur indique une forte association négative. Ainsi, à mesure qu'une variable diminue, l'autre variable augmente. Un coefficient de corrélation nul indique l'absence d'association ou de relation entre les variables.



Ainsi, lorsque la valeur de x augmente, certaines valeurs de y augmentent alors que d'autres diminuent. Étant donné qu'il est possible d'observer une forte corrélation positive entre des données qui ne sont pas réellement linéaires, il peut être trompeur de se fier uniquement à la valeur de r. Il est donc important de tenir compte du contexte. Les élèves doivent déterminer si la situation à l'étude peut comporter des données non linéaires. Par exemple, si l'on recueille des données au sujet du refroidissement d'un liquide chaud laissé sur une table de cuisine, ces données ne pourront être inférieures à la température ambiante. Un tel raisonnement permettra de comprendre que le modèle le plus approprié pourrait être une fonction exponentielle (qui s'approche d'une asymptote). En bout de ligne, la décision à l'effet qu'un modèle spécifique est approprié ou non dépend du contexte, de l'allure du diagramme de dispersion et du degré de corrélation.

Suite…

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

F6/C4/F8/C1/F9/C17
Performance

1) Mentionner que le tableau suivant illustre les notes moyennes obtenues par les élèves de diverses localités dans le cadre d'un examen de mathématiques ainsi que le pourcentage des élèves qui se sont présentés à l'examen dans chaque localité.

Localité	% des diplômés qui se sont présentées à l'examen	Note	Localité	% des diplômes qui se sont présentés à l'examen	Note
1	5	577	12	57	438
2	10	541	13	6	559
3	10	515	14	13	524
4	10	513	15	45	462
5	59	466	16	6	536
6	60	475	17	64	472
7	73	474	18	63	472
8	13	513	19	37	494
9	17	531	20	14	496
10	4	519	21	14	534
11	14	519	22	12	527

a) Demander à certains élèves d'enregistrer les données correspondant aux localités 1 à 11 sous forme de couple (pourcentage, note) et les inviter à déterminer l'équation définissant la droite de régression. Leurs camarades feront la même chose pour les données des localités 12 à 22. Les inviter à comparer leurs équations et à justifier leurs équations respectives.

b) Leur demander de définir par une équation et de représenter graphiquement la droite de régression obtenue en utilisant les données correspondant à toutes les localités et les inviter à discuter du degré d'ajustement.

Poser les questions suivantes :

c) Si 25 % des élèves d'une localité se sont présentés à l'examen, à quelle note moyenne vous attendez-vous? Selon vous, combien d'élèves se sont présentés à l'examen si la note moyenne est de 500?

d) Qu'indique la pente au sujet de la relation entre le pourcentage d'élèves et leur note moyenne? L'ordonnée à l'origine est-elle une donnée signifiante?

e) Demander aux élèves de parler de leur degré de confiance quant à la précision de la droite pour représenter les données en consultant la représentation graphique de celle-ci et le diagramme de dispersion correspondant aux données de chaque colonne. Les inviter à préciser ce que cela leur indique au sujet de la différence des notes en rapport avec le pourcentage des élèves qui se sont présentés à l'examen.

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

F9 faire preuve d'une compréhension intuitive de la corrélation;

C1 exprimer des problèmes sous forme d'équations et vice versa;

F10 se servir de l'interpolation, de l'extrapolation et des équations pour faire des prévisions et résoudre des problèmes;

C17 résoudre des problèmes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;

A7 faire preuve de sa compréhension des ensembles de nombres discrets et continus et la mettre en pratique.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

F9/C1/F10/C17 (suite) Il arrive qu'un résumé statistique fournisse uniquement la valeur de r^2 (aucune valeur de r). La valeur de r^2 explique la quantité de variance dans les données. On peut s'en servir pour décrire le pourcentage de variation de y qui est prévisible selon la droite des moindres carrés et une valeur donnée de x. Par exemple, si r = 0,8, r^2 = 0,64, soit 64 %. Par conséquent, la régression des moindres carrés explique 64 % de la variation de y observée. Une corrélation de 0,6 signifierait que la régression n'explique que 36 % de la variation de y.

Il est possible de modifier le programme pour certains élèves en n'abordant pas la variance.

Dans le cas du problème portant sur l'élimination des moustiques, la régression linéaire a produit l'équation y = 9,27x + 114,68 (où x représente l'indice d'exposition et y, le nombre de moustiques éliminés) et une valeur de r de 0,9268. Les élèves peuvent représenter graphiquement cette équation, tracer le long de la droite et observer qu'un indice de 7 est associé à une élimination d'environ 180 moustiques.

D'autres méthodes de calcul plus précises des valeurs d'une fonction sont souvent possibles à l'aide d'un outil technologique. Dans un tel cas, l'évaluation du nombre de moustiques éliminés pour une valeur de 7 correspond aussi à 180. Lorsqu'une représentation graphique illustre une forte corrélation, tous les points sont situés près de la droite la mieux ajustée et le coefficient de corrélation (r) est élevé (habituellement supérieur à 0,90). Lorsque les points illustrent une faible corrélation, le coefficient de corrélation est peu élevé et il se peut qu'il tende vers zéro.

Dans les cas où les élèves se servent de l'équation pour extrapoler, ils doivent interpréter le résultat avec précaution. Ils doivent comprendre que, en faisant une extrapolation, ils supposent que la tendance se poursuivra si davantage de données sont recueillies. Il se peut, dans un grand nombre d'expériences, que ce ne soit pas le cas. Les résultats doivent être examinés en contexte afin de déterminer la vraisemblance des valeurs extrapolées. Dans la question nº 1 de la page 167, par exemple, il n'est pas possible qu'un arbre ait un diamètre de -0,2 dm.

A7 Les diagrammes de dispersion illustrent souvent des situations comportant des données discrètes, bien que la droite la mieux ajustée semble correspondre à des données continues. Il est bon de discuter de cette opposition apparente. Par exemple, il est évident que la population de moustiques correspond à des données discrètes (on ne peut pas parler de 85,5 moustiques). Toutefois, le modèle permet aux élèves d'interpoler et d'extrapoler des valeurs comportant une partie décimale. Ces derniers doivent donc garder à l'esprit le contexte et parler du nombre de moustiques en termes de nombres naturels.

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C17/F9

Performance

1) a) Demander aux élèves d'estimer la corrélation entre les deux ensembles de données, et ce, pour chaque ensemble de localités, en se fondant sur les diagrammes produits à la question n° 1 de la page 169.
   b) Les inviter à tracer des diagrammes de dispersion pouvant être représentés par des coefficients de corrélation de 0, -0,5, 0,2, 0,5, -0,9.

A7

Journal

2) Demander aux élèves d'expliquer pourquoi la droite la mieux ajustée est considérée comme un modèle valable pour un ensemble de données linéaires discrètes.

Ressources suggérées

Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C8 **relever, généraliser et appliquer des régularités;**

C4 **créer et analyser des diagrammes de dispersion à l'aide d'un outil technologique approprié;**

C17 **résoudre des problèmes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**

F9 **faire preuve d'une compréhension intuitive de la corrélation;**

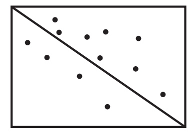
F7 **explorer des données non linéaires au moyen de la régression polynomiale et exponentielle afin de déterminer la courbe la mieux ajustée;**

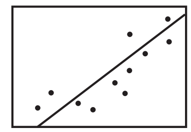
C20 **évaluer et interpréter des équations non linéaires à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**

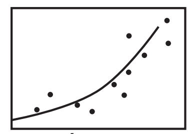
C30 **comparer des modèles de régression de fonctions linéaires et non linéaires.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C8/C4/C17/F9 Il arrive que des données ne laissent pas entrevoir une tendance nette. Dans de telles situations, la droite la mieux ajustée n'est pas une représentation valable des données. Les élèves peuvent souvent le voir en examinant les diagrammes et en remarquant la faiblesse de la relation (c.-à-d. la dispersion des données par rapport à la droite la mieux ajustée).


Écran 1


Écran 2


Écran 3

Les mathématiciens tentent de tracer la droite la mieux ajustée de façon à rendre une tendance plus apparente. Lorsque l'ajustement est faible, les élèves doivent s'attendre à un coefficient de corrélation inférieur à 0,9. (Nota : Dans des contextes non mathématiques, des coefficients de corrélation situés entre 0,5 et 0,9 sont souvent associés à une forte relation.) Dans le schéma ci-dessus, le premier écran illustre une tendance négative relativement faible. Toutefois, il se peut que la corrélation mathématique soit située entre -0,9 et -1.

Il arrive qu'un coup d'oeil sur les données permette de déterminer qu'une courbe la mieux ajustée représenterait mieux les données qu'une droite. Par exemple (consulter le deuxième écran), lorsque la régression linéaire est appliquée à des données représentant le balancement d'un pendule, la droite la mieux ajustée indique un coefficient de corrélation d'environ 0,97, mais l'observation du diagramme permet de déterminer qu'une courbe pourrait mieux représenter les données (troisième écran).

F7/F9/C20/C30 Lorsque les élèves examinent le deuxième écran, ils devraient remarquer que les données présentent une régularité (les données des coins inférieur gauche et supérieur droit sont généralement situées au-dessus de la droite, alors que les données du milieu du diagramme de dispersion sont situées sous la droite). Cette régularité laisse penser qu'une courbe pourrait mieux convenir à la situation. Ils doivent alors essayer d'appliquer une régression différente telle qu'une régression polynomiale ou exponentielle. Ici encore, ils peuvent examiner les régularités évidentes sur l'écran ou le coefficient de corrélation, ou les deux, afin de déterminer quel tracé est le mieux ajusté. Lorsqu'ils s'attendent à un modèle quadratique, ils doivent ajuster les données au moyen d'une régression quadratique. Nota : Il peut en résulter aucun affichage de la valeur de r. En effet, certains outils technologiques n'incluent pas les coefficients de corrélation dans le cas des ajustements quadratiques par régression. En général, la valeur de r^2 sera affichée, indiquant la variance (% de variation prévisible). Cela est dû au processus employé par la calculatrice pour obtenir l'équation.

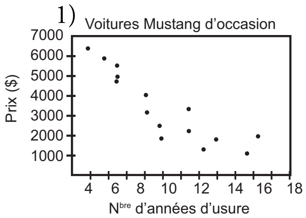
Modélisation et fonctions (de 25 à 30 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

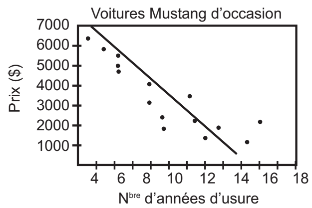
C30/F9/C8

Performance

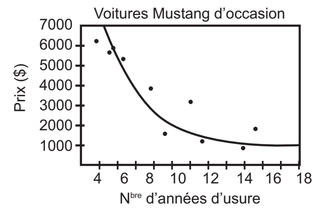
1)



i)



ii)



iii)

Mentionner que les données du premier diagramme correspondent au prix de vente d'une Ford Mustang selon le nombre d'années d'usure et ajouter que les deuxième et troisième diagrammes résultent respectivement de la régression linéaire produite par Chantal et la régression exponentielle d'André.

a) Demander aux élèves de préciser quel modèle semble représenter le meilleur ajustement et les inviter à expliquer leurs réponses.

b) Leur demander de déterminer le prix d'une voiture Mustang de 5 ans et de 10 ans en se fondant sur chacun des diagrammes i), ii) et iii).

C20/C17/F9/C30/F7/C4

3) Mentionner que le tableau suivant indique l'économie d'essence (nombre de litres du 100 km) réalisée par certaines voitures en conduite urbaine et le coût annuel moyen de l'essence pour chacune.

Voiture	Litres du 100 km	Coût annuel moyen de l'essence	Voiture	Litres du 100 km	Coût annuel moyen de l'essence
Honda Civic CRV	4.9	$576	Honda Civic familiale	7.8	$875
Nissan NX Coupe	8.7	901	Ford LTD familiale	14.3	1445
Geo Metro XFL	4.6	525	Lamborghini Diablo	26.9	3045
Volkswagen	6.6	693	Porche 928 S4	18.6	2235
Chrysler Acclaim	10.1	1030	Rolls Royce Cont.	24.2	3045
Saab 9000	12.1	1314	BMW M5	22.0	2392
GM Caprice familiale	9.3	1518	Rolls Royce Silver	24.2	3045
Volvo 240 familiale	7.6	1204	Mercedes 300TE	15.2	1970
GM Road Master	15.2	1518	Toyota Camry familiale	13.5	1374
Cadillac Brougham	15.2	1518			

Donner les consignes suivantes :

a) Représentez graphiquement le coût de l'essence en fonction du nombre de litres du 100 km (L/100 km, coût de l'essence), remplissez le tableau suivant pour les différents modèles de régression, puis tracez chaque droite ou courbe la mieux ajustée.

Équation	Type de régression	a	b	r	Équation de régression
$y = a^x + b$	Lin.				
$y = ab^x$	Exp.				
$y = ax^b$	Polyn.				

b) Trouvez un modèle qui semble être la meilleure représentation des données. Soyez prêt à justifier votre affirmation.

c) À l'aide de votre modèle, prévoyez le coût annuel moyen de l'essence pour i) une Caprice familiale affichée à 9,3 litres du 100 km en conduite urbaine et ii) une Ferrari affichée à 23 litres du 100 km en conduite urbaine.

Ressources suggérées

Unité 6
Géométrie et emballage
(de 15 à 20 heures)

Dans la présente unité du programme de base, les élèves exploreront la relation entre le périmètre et l'aire et entre l'aire totale et le volume, puis ils énonceront et vérifieront des hypothèses à ce sujet afin de résoudre des problèmes d'emballage. Cela suppose l'application des concepts de similitude et des rapports trigonométriques tout en s'efforçant de trouver les solutions optimales (par exemple en minimisant l'aire totale et le coût d'un emballage pour un volume donné). De plus, ils énonceront et vérifieront des hypothèses ayant trait aux hauteurs, aux médianes, aux bissectrices et aux médiatrices de triangles.

À des fins de modification du programme pour certains élèves, une exploration des développements de polyèdres peut être utile (consulter la page 206), alors que la notion de similitude des figures à trois dimensions (p. 208) et les propriétés des triangles en rapport avec des structures matérielles (p. 210) peuvent être omises.

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

D1 **déterminer et appliquer des formules de calcul du périmètre, de l'aire d'une figure à deux et à trois dimensions et du volume;**

D13 **faire preuve de sa compréhension des concepts d'aire totale et de volume;**

D7 **déterminer l'exactitude et la précision d'une mesure.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

D1/D13 Dans le cadre de l'étude de l'emballage, les élèves doivent comprendre que la forme et les dimensions d'un contenant sont souvent déterminées en fonction de la forme et des dimensions du produit que l'on y placera. Par exemple, des chaussures pressées l'une contre l'autre ont vaguement une forme rectangulaire et, par conséquent, il n'est pas surprenant qu'elles soient emballées dans des boîtes en forme de prisme rectangulaire. Toutefois, dans le cas des contenants destinés à recevoir des produits n'ayant pas une forme spécifique (p. ex. des céréales, du lait, des boissons gazeuses), il faut tenir compte d'une diversité de facteurs.

L'un de ces facteurs est le volume du contenant, qui doit s'approcher le plus possible du volume du produit. Au cours des années précédentes, les élèves ont abordé le volume des figures à trois dimensions. Ainsi, ils savent que le volume d'un prisme est obtenu en multipliant l'aire de la base par la hauteur. Évidemment, l'aire de la base est liée aux dimensions et, par conséquent, au périmètre de la base du prisme et, en fait, au nombre de côtés du polygone qui tient lieu de base. On peut aussi établir un lien entre le volume et l'aire totale qui, à son tour, est associée au périmètre. L'objet principal de la présente unité consiste à explorer et à nommer les relations qui existent entre ces facteurs.

Avant de commencer, il se peut qu'il soit nécessaire de réviser en contexte les notions de périmètre, d'aire d'une figure à deux et à trois dimensions et de volume. Les élèves doivent approfondir leur compréhension intuitive de l'aire de figures à deux dimensions et de l'aire et du volume de figures à trois dimensions. Tout en explorant ces concepts, ils découvriront peut-être des formules de base définissant l'aire de divers solides polygonaux. De plus, il se peut qu'ils découvrent aussi une formule de l'aire d'un polygone régulier de périmètre fixe énoncée en rapport avec le nombre de côtés qu'il compte.

Cela les amènera à découvrir que, pour un périmètre donné, l'aire augmente à mesure que le nombre de côtés d'un polygone augmente. En fait, ils devraient conclure que le cercle est la figure limite de cette séquence (c.-à-d. celle ayant l'aire la plus grande) et pouvoir expliquer pourquoi. Lorsqu'ils commenceront à examiner le volume de prismes dont la base est un polygone régulier, ils devront explorer les relations entre le volume, l'aire et le périmètre et découvrir quel prisme a le plus grand volume pour une aire donnée.

D7 Les élèves doivent être conscients qu'il faut tenir compte de la précision et de l'exactitude des mesures directes dans un grand nombre de problèmes et d'explorations. Comme toujours, les réponses doivent être présentées avec le nombre approprié de chiffres significatifs, tel que mentionné dans la première unité de ce cours.

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

D1/D13/D7

Interrogation papier-crayon

1) Distribuer des solides (cylindres, solides rectangulaires, sphères, cônes et prismes droits) aux élèves groupés par trois, qui devront les mesurer à l'aide de règles, de compas et de rubans-mesures. Marche à suivre : Chaque solide doit être mesuré par au moins trois groupes différents. Ces derniers calculeront le volume des solides qui leur ont été remis. Les résultats collectifs seront inscrits dans un tableau semblable à celui qui est illustré ci-dessous.

Solide	Groupe 1 Volume	Groupe 2 Volume	Groupe 3 Volume
A (cône) B (cylindre) C			

Discussion : Demander aux élèves d'expliquer comment ils ont mesuré leurs solides. Quels étaient les meilleurs instruments de mesure? Pourquoi les résultats obtenus sont-ils différents? Qui a obtenu la bonne réponse? L'exactitude est-elle importante? Quand l'est-elle?

2) Mentionner ce qui suit : Une entreprise spécialisée en aéronautique fait face à des concurrents de taille et elle doit mettre en place certaines améliorations. Actuellement, on y fabrique des tiges cylindriques avec une exactitude de 1 mm. Un système automatisé permettrait d'atteindre une exactitude de 0,1 mm. Quelles sont les incidences sur une tige conçue de façon à avoir un diamètre de 3,200 cm et une longueur de 9,500 cm? Quelles sont les incidences si six des ces tiges constituent l'élément essentiel pour fixer le réacteur à l'avion?

Discussion : Quel est le pourcentage d'erreur lorsque vous fabriquez des tiges dont le diamètre varie de 3,200 cm - 1 mm à 3,200 + 1 mm, par variations de 0,1 mm? (Les élèves peuvent se servir de feuilles de calcul ou d'un tableau ou d'une liste d'une calculatrice TI-83). En quoi cela change-t-il si vous achetez le système automatisé? Dans quelles autres industries (p. ex. chirurgie au cerveau, chirurgie au laser, télescope Hubble) ce degré de précision est-il essentiel?

suite...

Ressources suggérées

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

D1 déterminer et appliquer des formules de calcul du périmètre, de l'aire d'une figure à deux et à trois dimensions et du volume;

D13 faire preuve de sa compréhension des concepts d'aire totale et de volume;

D7 déterminer l'exactitude et la précision d'une mesure.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

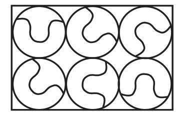
Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

(Suite...)

Performance

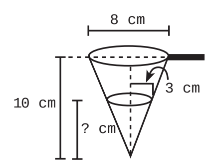
3) Mentionner ce qui suit : Des balles de tennis ont un rayon de 4 cm. Une boîte (munie d'un couvercle) est juste assez grande pour en contenir six. Leur disposition dans la boîte est illustrée à droite. Demander aux élèves :



   a) de déterminer le volume de la boîte;
   b) de déterminer le volume de l'espace inutilisé de la boîte lorsque les six balles y sont déposées;
   c) d'exprimer en pourcentage le volume de l'espace inutilisé de la boîte lorsque les six balles y sont déposées;
   d) de calculer l'aire totale de la boîte et du couvercle;
   e) de calculer l'aire totale et le volume d'un contenant cylindrique (muni d'un couvercle) juste assez grand pour contenir trois balles de tennis;
   f) d'exprimer en pourcentage le volume de l'espace inutilisé du contenant cylindrique lorsque les trois balles y sont déposées;
   g) de parler des avantages et des désavantages que présentent les contenants cylindriques et les boîtes pour emballer des balles de tennis.

Interrogation papier-crayon

4) a) Mentionner que le schéma reproduit à droite représente un gobelet servant à mesurer le savon en poudre pour le lavage. Ajouter qu'il a un diamètre de 8 cm et une hauteur de 10 cm. Demander aux élèves de calculer la hauteur de la poudre dans le gobelet (*h* cm) lorsque le rayon de la surface du savon est de 3 cm.



   b) Supposer que la même quantité de poudre est versée dans un contenant cylindrique ayant la même hauteur (10 cm) et dont le diamètre de la base mesure 8 cm. Inviter les élèves à calculer le pourcentage du cylindre rempli par le savon.

Ressources suggérées

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

E2 **résoudre des problèmes portant sur des polygones et des polyèdres;**

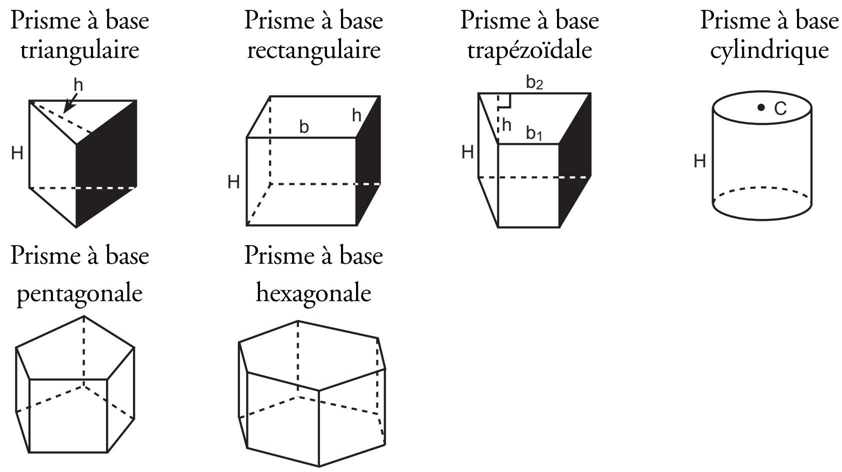
E1 **explorer les propriétés des figures à deux et à trois dimensions et formuler et vérifier des hypothèses à ce sujet;**

E8 **faire appel au raisonnement inductif et déductif dans le cadre de l'observation de régularités, de l'élaboration de propriétés et de la formulation d'hypothèses;**

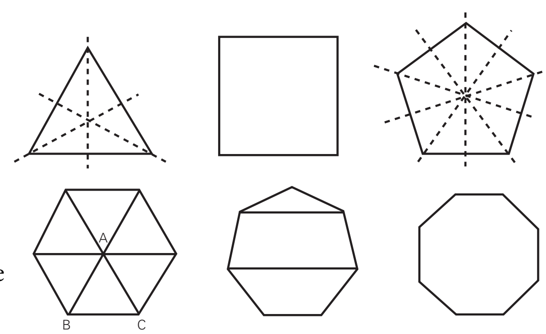
D1 **déterminer et appliquer des formules de calcul du périmètre, de l'aire d'une figure à deux et à trois dimensions et du volume.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

E2/E1/E8 Des articles sont souvent emballés dans des contenants ayant la forme d'un prisme. Les élèves doivent savoir que les prismes sont nommés en fonction des figures géométriques qui forment leurs bases (faces parallèles).



Lorsque les élèves entreprennent l'étude de ces faces, ils explorent les figures polygonales en tentant de les définir à l'aide de la symétrie. Par exemple, ils peuvent définir un triangle équilatéral comme étant un triangle comportant trois axes de symétrie ou une symétrie de rotation d'ordre 3. Ils peuvent



établir une différence entre les carrés et les rectangles (à l'aide des axes de symétrie) – quatre axes de symétrie dans un carré mais seulement deux dans un rectangle. En outre, la symétrie de rotation est d'ordre 4 pour les carrés alors qu'elle est de 2 pour les rectangles. Ils doivent remarquer le lien entre la symétrie axiale et la symétrie de rotation des polygones réguliers. Les élèves doivent observer en quoi les polygones réguliers et les axes de symétrie sont associés. Ainsi, le nombre de côtés d'un polygone régulier est égal au nombre d'axes de symétrie. Les axes de symétrie passent par les sommets opposés et les points milieux opposés lorsque les polygones réguliers ont un nombre pair de côtés. Ils passent par un sommet et le point milieu du côté opposé lorsque le polygone a un nombre impair de côtés. Les élèves doivent aussi conclure que l'ordre de la rotation de symétrie correspond au nombre de côtés du polygone régulier.

D1 L'aire peut être déterminée en divisant le polygone régulier en figures plus petites et mieux connues (p. ex. un heptagone peut être divisé en un triangle isocèle et deux trapèzes). Les élèves peuvent aussi diviser tout polygone régulier en un certain nombre de triangles congruents en joignant les sommets au centre du polygone.

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

E2/E8

Interrogation papier-crayon

1) Demander aux élèves d'expliquer la différence entre les figures suivantes en rapport avec leur symétrie.
   a) un parallélogramme et un rectangle;
   b) un losange et un carré;
   c) un losange et un rectangle.

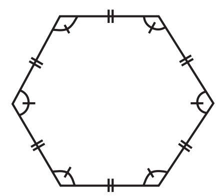
2) Les inviter à énoncer et à expliquer le lien entre la symétrie axiale et la symétrie de rotation des polygones réguliers.

E1/E8/D1

Journal

3) Mentionner ce qui suit : Mona a exploré le volume, l'aire totale et la symétrie de prismes à base rectangulaire. Elle a émis l'hypothèse que le volume est plus élevé lorsque le prisme à base rectangulaire est de forme cubique. En se fondant sur cette information, elle a supposé que, pour un volume donné, le prisme à base rectangulaire ayant l'aire totale la moins élevée aura le plus grand nombre de plans de symétrie. Quant à Jean, il prévoit que les cylindres ayant l'aire totale la moins élevée (pour un volume donné) auront aussi le plus grand nombre de plans de symétrie. Demander aux élèves d'expliquer pourquoi Jean pense ainsi.

4) Mentionner que, pour déterminer l'aire de cette piste de danse, Richard a tracé trois axes de symétrie passant par les sommets, ce qui a formé six triangles de même aire. Demander aux élèves d'expliquer comment il pourra déterminer l'aire de l'un ou l'autre de ces triangles.



Ressources suggérées

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10^e année, l'élève devra pouvoir :

D1 **déterminer et appliquer des formules de calcul du périmètre, de l'aire d'une figure à deux et à trois dimensions et du volume;**

E2 **résoudre des problèmes portant sur des polygones et des polyèdres;**

E8 **faire appel au raisonnement inductif et déductif dans le cadre de l'observation de régularités, de l'élaboration de propriétés et de la formulation d'hypothèses;**

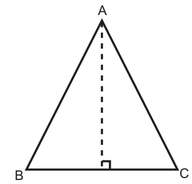
D5 **appliquer les rapports trigonométriques pour résoudre des problèmes portant sur des triangles rectangles, y compris l'emploi d'angles d'élévation;**

D12 **résoudre des problèmes à l'aide des rapports trigonométriques;**

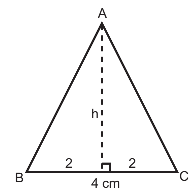
C36 **explorer, déterminer et appliquer les relations qui existent entre le périmètre et l'aire et entre l'aire et le volume;**

D11 **explorer, découvrir et appliquer les propriétés de maximisation de l'aire ou du volume.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions



D1/E2/E8 Pour déterminer l'aire d'un hexagone régulier, les élèves peuvent utiliser l'un des six triangles formés en joignant les sommets au centre de l'hexagone, puis déterminer les mesures des angles $m\angle BAC = \frac{1}{6}(360°) = 60°$, par conséquent, $m\angle B = m\angle C = 60°$, vu que $\triangle ABC$ est un triangle isocèle). La hauteur allant de A à BC coupe l'angle BAC et la base BC (propriétés de symétrie).



D5/D12 Si l'on donne la mesure du côté d'un hexagone régulier à un élève, il peut déterminer la mesure de la hauteur au moyen de la trigonométrie. Ensuite, l'aire recherchée est obtenue à l'aide de la formule de l'aire d'un triangle. Par exemple,

sachant que BC = 4 cm, et

que tangente de B = tangente 60°, alors (par trigo.)

2 tangente 60° = h. Par conséquent,

Aire $\triangle ABC$ = $\frac{1}{2}$ (4) (2 tangente 60°).

Certains pourront peut-être élargir cette notion et énoncer une nouvelle formule de l'aire d'un hexagone régulier dont les côtés mesurent 4 unités simplement en multipliant l'expression ci-dessus par 6.

Aire d'un hexagone = 6[$\frac{1}{2}$ (4) (2 tangente 60°)]
= 6(4) tan 60°

E8/C36/D11 Dans les activités ayant trait aux notions précédentes sur la symétrie et l'aire, les élèves feront appel au raisonnement inductif lorsqu'ils observeront des régularités et qu'ils énonceront des hypothèses. Ainsi, certains supposeront peut-être, en se basant sur cet exemple, que l'aire de tout hexagone est égal au périmètre multiplié par la tangente de l'angle de 60°. Une telle affirmation serait-elle exacte? (Non) Il faudrait alors inviter les élèves à reformuler l'hypothèse en la corrigeant.

Les élèves doivent aussi examiner des relations donnant lieu à des hypothèses telles que les suivantes :

- À mesure que le nombre de côtés de la base régulière d'un prisme augmente, le périmètre demeurant le même, l'aire de la base augmente, et si la hauteur du prisme est constante, le volume augmente aussi.

- Si la hauteur et le périmètre de la base sont constants, le cylindre est le prisme dont l'aire de la base et le volume sont les plus grands.

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

E8/D11
Journal

1) Mentionner ce qui suit : Luc explore l'aire de triangles ayant le même périmètre. Après avoir examiné plusieurs triangles dont le périmètre mesure 45 unités, il émet l'hypothèse qu'un triangle équilatéral est le type de triangle ayant la plus grande aire pour un périmètre donné. Demander aux élèves d'expliquer le lien avec la symétrie.

D1/E2/E8/D5/D12/C36/D11
Performance

2) Mentionner ce qui suit : La superficie et le périmètre d'une maison sont deux facteurs ayant une incidence sur le coût de construction. Alex et Anne désirent construire une maison de campagne ayant une superficie de 64 m^2. Ils examinent la situation en traçant un ensemble de rectangles de formes diverses mais ayant tous une aire de 64 unités carrées.
   a) Demander aux élèves de remplir le tableau ci-dessous.

Largeur	Longueur	Périmètre
1	64	130
2	32	68
.		
.		
.		

   b) Poser la question suivante : Quel périmètre permet d'obtenir le modèle le moins cher?
   c) Mentionner que, pour vérifier, Anne trace des rectangles ayant tous un périmètre de 32 unités. Inviter les élèves à remplir le tableau ci-dessous.

Largeur	Longueur	Aire
1	15	15
2	14	28
.		
.		
.		

   d) Leur demander de préciser quel rectangle a la plus grande aire.
   e) Leur demander de préciser quel type de rectangle est décrit aux points b) et d).
   f) Les inviter à suggérer un modèle ayant une superficie de 81 m^2 et dont le périmètre est le plus petit possible compte tenu de l'aire.
   g) Les inviter à établir un lien entre la symétrie et les conclusions qu'ils ont formulées au cours de cette activité.

3) Demander aux élèves d'élaborer une formule pour déterminer l'aire de tout polygone régulier lorsqu'on connaît le périmètre et le nombre de côtés.

Ressources suggérées

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C36 **explorer, déterminer et appliquer les relations qui existent entre le périmètre et l'aire et entre l'aire et le volume;**

D1 **déterminer et appliquer des formules de calcul du périmètre, de l'aire d'une figure à deux et à trois dimensions et du volume;**

E8 **faire appel au raisonnement inductif et déductif dans le cadre de l'observation de régularités, de l'élaboration de propriétés et de la formulation d'hypothèses;**

E2 **résoudre des problèmes portant sur des polygones et des polyèdres;**

E1 **explorer les propriétés des figures à deux et à trois dimensions et formuler et vérifier des hypothèses à ce sujet;**

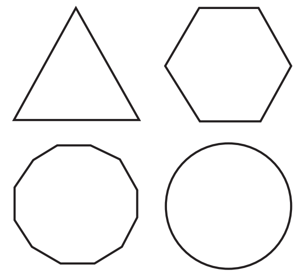
D5 **appliquer les rapports trigonométriques pour résoudre des problèmes portant sur des triangles rectangles, y compris l'emploi d'angles d'élévation;**

D13 **faire preuve de sa compréhension des concepts d'aire totale et de volume.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C36/D1/E8/E1/E2/D5 Lorsque les élèves explorent des polygones réguliers de même périmètre et qu'ils déterminent des façons de trouver leurs aires respectives, ils doivent enregistrer l'information afin d'établir des relations entre un périmètre constant, le nombre de côtés et l'aire du polygone régulier.

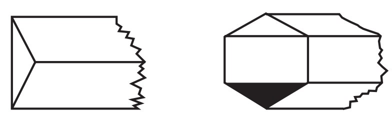
Périmétre	Nombre de côtés	Aire
24	3	28
24	5	
24	6	
24	8	
24	9	
24		



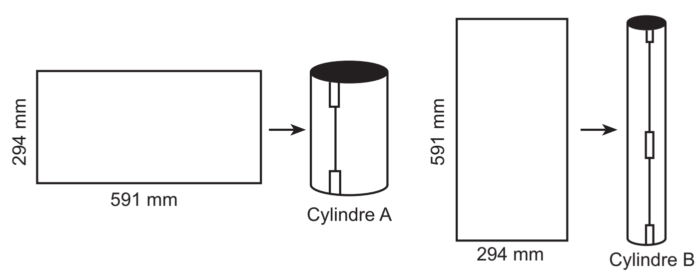
Par exemple, sachant que le périmètre de chacun des polygones ci-dessus mesure 24 unités, les élèves doivent déterminer l'aire et remplir un tableau semblable à celui qui est illustré ci-dessus. Ils peuvent se servir d'un outil technologique à capacité graphique et examiner les représentations graphiques de deux de ces ensembles de données afin de déterminer s'il existe des relations et établir la force de ces relations.

Les élèves doivent être en mesure de prévoir l'incidence de la modification du nombre de côtés sur le périmètre d'un polygone régulier, l'aire demeurant inchangée. Ils pourront peut-être expliquer que le cercle est la figure limite d'un ensemble de polygones réguliers.

D13 En étendant ces expériences aux figures à trois dimensions, ils doivent comparer la capacité de différents prismes. Par exemple, ils peuvent comparer un prisme ouvert aux extrémités dont la base est un triangle équilatéral et un autre prisme ouvert ayant la forme d'un hexagone régulier fabriqué avec la même feuille de papier et ayant la même hauteur. Ils réfléchiront peut-être au sujet de la capacité du prisme à mesure que le nombre de côtés de la figure régulière qui est à sa base augmente. De plus, ils peuvent comparer la capacité de cylindres construits avec la même feuille et dont la hauteur correspond respectivement à la largeur et à la longueur de la feuille.



❒ Demander aux élèves d'indiquer quel cylindre a le plus grand volume. Les inviter à vérifier leurs affirmations en réalisant le calcul.



Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

Ressources suggérées

C36/D1/E8/E1/E2/D13

Performance

1) Mentionner ce qui suit : Patrick se sert de 27 petits cubes de glace pour construire un gros bloc de $3 \times 3 \times 3$. Il se demande si son gros bloc fondra plus lentement que les 27 cubes séparés. Poser les questions suivantes :
   a) Combien de faces comportent les 27 cubes pris séparément?
   b) Combien de faces sont apparentes sur le gros bloc?
   c) À votre avis, Patrick a-t-il raison de dire que le gros bloc fondra plus lentement? Les inviter à expliquer leurs réponses.

2) Mentionner ce qui suit : Patrick doit livrer huit gros cubes de glace en vue du pique-nique organisé par son école. Comme le moteur du congélateur de son camion ne fonctionne pas, il doit les disposer de façon à minimiser la fonte. Demander aux élèves de déterminer la meilleure façon de les placer en essayant divers arrangements. Les inviter à faire part de leurs commentaires au sujet de toute symétrie observée dans leurs réponses.

Interrogation papier-crayon

3) Supposer qu'un morceau de glace contient 20 L d'eau. Demander aux élèves de déterminer, en se fondant sur la symétrie, la forme qui permettra de minimiser la vitesse de la fonte.

4) Demander aux élèves de concevoir deux contenants de formes différentes ayant approximativement la même aire et les inviter à :

   a) prévoir lequel aura le plus grand volume;
   b) calculer le volume de chacun;
   c) expliquer pourquoi cela est logique.

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C36 **explorer, déterminer et appliquer les relations qui existent entre le périmètre et l'aire et entre l'aire et le volume;**

E1 **explorer les propriétés des figures à deux et à trois dimensions et formuler et vérifier des hypothèses à ce sujet;**

E2 **résoudre des problèmes portant sur des polygones et des polyèdres;**

D1 **déterminer et appliquer des formules de calcul du périmètre, de l'aire d'une figure à deux et à trois dimensions et du volume;**

D11 **explorer, découvrir et appliquer les propriétés de maximisation de l'aire ou du volume;**

E8 **faire appel au raisonnement inductif et déductif dans le cadre de l'observation de régularités, de l'élaboration de propriétés et de la formulation d'hypothèses;**

A3 **faire preuve de sa compréhension du rôle des nombres irrationnels dans le cadre de problèmes.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

Le coût d'un contenant dépend en grande partie de la quantité de matériel utilisée pour le fabriquer. Moins la quantité de matériel nécessaire pour emballer un produit est élevée, plus économique est le contenant.

C36/E1/E2/D1/D11/E8 Lorsque les élèves explorent et déterminent l'aire et le volume de divers polyèdres, ils doivent tenter de découvrir une relation entre l'aire totale et le volume qui les aidera à comprendre certaines décisions concernant les emballages. Ils peuvent explorer le volume et l'aire d'un grand nombre de prismes de formes différentes, de cylindres et de sphères.

En outre, ils doivent examiner l'aire totale de prismes à base rectangulaire ou de cylindres, ou des deux, ayant un même volume afin de déterminer s'il est possible de décrire une relation. Ils devraient trouver que l'aire totale diminue à mesure que le prisme prend l'allure d'un cube et que, par conséquent, le coût du matériel peut être réduit pour un volume constant.

Ils établiront la forme la plus économique d'un contenant pour un volume donné en établissant un rapport entre l'aire et le volume. Un rapport d'économie (RÉ) correspondant au rapport du volume à l'aire de surface totale peut donc être établi pour divers contenants (RÉ= $\frac{V}{S}$ ou Rapport d'économie = $\frac{volume}{surface}$). Les élèves doivent comprendre et pouvoir expliquer que plus ce rapport est élevé, plus économique est le contenant.

Les élèves doivent apprendre qu'un facteur important en matière de conception de contenants est leur facilité de maniement et de rangement. Ainsi, ils doivent examiner une situation où ils ont à trouver les rapports d'économie de différents solides, compte tenu d'un volume et d'une dimension du contenant (par exemple sa hauteur). Finalement, ils doivent pouvoir résumer ce qu'ils savent sur le contenant en forme de prisme à base rectangulaire le plus économique pour un volume et une hauteur donnés et, en général, sur le contenant le plus économique pour une hauteur et un volume donnés.

A3 Lorsque les élèves devront déterminer certaines dimensions, compte tenu d'aires et de volumes donnés, ils auront à réaliser des calculs comportant des racines carrées et cubiques. Il est bon de leur rappeler que la racine carrée d'un nombre correspond à la mesure du côté du carré représentant ce nombre. Quant à la racine cubique, elle correspond à la mesure du côté du cube représentant le nombre en question. En outre, ils devront peut-être parfois utiliser les fonctions racine carrée et racine cubique de leurs calculatrices.

Certains élèves pourraient tirer profit de l'exploration de développements de polyèdres, ce qui les aidera à déterminer l'aire de diverses figures à trois dimensions. Ils devraient aussi tenter de prévoir l'aspect de certains polyèdres en examinant leurs développements respectifs.

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C36/E1/E2/D1/D11/E8

Interrogation papier-crayon

1) Demander aux élèves de déterminer si les dimensions d'une boîte de thon de forme habituelle d'une capacité d'environ 200 ml permettent de maximiser le rapport d'économie.

Journal

2) Demander aux élèves d'expliquer pourquoi, selon eux, une ruche est formée d'alvéoles en forme de prisme à base hexagonale, dans lesquelles les abeilles emmagasinent leur miel. (Réponse : L'hexagone est la figure régulière comptant le plus grand nombre de côtés avec laquelle il est possible de recouvrir un plan en formant un motif de dallage.)
3) Leur demander d'expliquer ce qu'ils savent à propos de l'aire totale et du rapport d'économie d'un prisme à base polygonale dont la hauteur est constante, à mesure qu'augmente le nombre de côtés de la figure régulière qui forme sa base. Les inviter à ajouter des schémas et des tableaux à leurs explications, ou l'un ou l'autre.

Interrogation papier-crayon, entretien

4) Poser la question suivante : Si les dirigeants d'une entreprise qui produit des céréales vous demandaient de concevoir un contenant approprié pour leur produit, que leur conseilleriez-vous?

Interrogation papier-crayon, performance

5) Mentionner qu'une entreprise sensibilisée à l'environnement, qui produit des boissons gazeuses, communique avec un cabinet d'ingénieurs. Demander aux élèves de concevoir une canette de 355 ml de façon à utiliser le moins d'aluminium possible. Les inviter à faire rapport sur les dimensions de celle-ci de façon à satisfaire les préoccupations environnementales de l'entreprise.
6) Mentionner que cet édifice, situé à Florence, en Italie, a été construit au XI^{e} siècle. Ajouter qu'il a la forme d'un prisme régulier à base octogonale et que son toit est de forme pyramidale. Demander aux élèves de tracer le développement du toit.
   a) Poser les questions suivantes :
      i) Combien de faces ce solide compte-t-il? (N'oubliez pas le sol.)
      ii) Combien de coins?
      iii) Combien d'arêtes?
   b) Mentionner que chaque côté de l'octogone mesure environ 12 m, que la hauteur du prisme à base octogonale est de 15 m et que le toit pyramidal a 4,5 m de haut. Demander aux élèves de déterminer la surface totale approximative de l'édifice ainsi que sa capacité.
   c) Les inviter à déterminer le nombre maximal approximatif de contenants ayant la forme d'un prisme à base hexagonale que l'on pourrait disposer sur le sol de cet édifice. Préciser que les contenants mesurent 8,5 cm sur chaque côté et qu'ils ont 20,0 cm de haut.

Alinari/Art Resource, New York

Ressources suggérées

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

D10 déterminer et appliquer les relations entre le périmètre et l'aire de figures semblables et entre l'aire et le volume de solides semblables;

E4 appliquer des transformations dans le cadre de la résolution de problèmes;

D2 appliquer les propriétés des triangles semblables.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

E4/D2/D10 Les élèves doivent vérifier leur compréhension des propriétés des figures semblables (côtés proportionnels, angles congruents) et appliquer celles-ci aux figures à trois dimensions afin de préciser les caractéristiques des prismes semblables et des contenants ayant d'autres formes.

❒ Mentionner qu'une boîte de céréales en forme de prisme à base rectangulaire mesure 3,0 cm sur 10,0 cm sur 28,0 cm. Ajouter que, pour augmenter sa capacité, la largeur et la longueur sont doublées. Demander aux élèves si cela permet d'obtenir deux prismes semblables. Les inviter à expliquer leurs réponses.

Ceux-ci doivent examiner l'incidence de l'augmentation de la taille du contenant (de façon à obtenir un contenant de forme semblable) sur le volume, l'aire totale et le rapport d'économie. De plus, ils doivent observer l'effet de facteurs d'échelle inférieurs à un sur le volume, l'aire totale et le rapport d'économie.

❒ Dans le cas de la boîte de céréales de l'exemple ci-dessus, quel est l'effet sur la capacité lorsque chacune des dimensions est doublée?

Dans la mesure où il est nécessaire de modifier le programme pour certains élèves, cet examen de la similitude des figures à trois dimensions peut être omis.

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

D10

Journal

1) Demander aux élèves d'expliquer dans leurs propres mots en quoi la relation entre le périmètre et l'aire de figures semblables est modifiée lorsqu'on l'étend à l'aire et aux volumes de solides semblables.

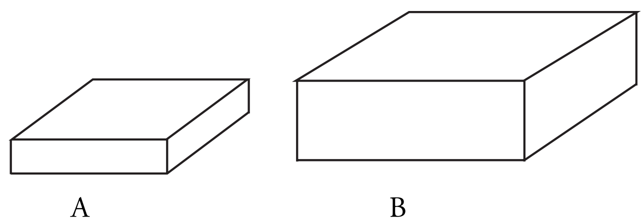
Interrogation papier-crayon

2) Demander aux élèves de dessiner une homothétie afin d'illustrer comment déterminer la relation entre l'aire totale et le volume.

D10/E4/D2

Performance

3)



Demander aux élèves :

a) de déterminer, à l'aide d'une règle graduée en centimètres, si les deux contenants sont semblables;
b) d'expliquer comment ils ont répondu à la question a);
c) de déterminer le rapport optimal en supposant que les contenants sont semblables;
d) de fabriquer un contenant C ayant la même largeur et la même profondeur que le contenant B, mais dont la hauteur est égale à celle du contenant A;
e) de déterminer le rapport d'économie du contenant C et d'expliquer sa signification en rapport avec les contenants A et B;
f) de déterminer quel contenant (A, B ou C) ils utiliseraient pour emballer des céréales pour petit déjeuner. Les inviter à l'expliquer de façon détaillée.

Ressources suggérées

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

E1 **explorer les propriétés des figures à deux et à trois dimensions et formuler et vérifier des hypothèses à ce sujet;**

E2 **résoudre des problèmes portant sur des polygones et des polyèdres;**

E3 **tracer et appliquer des hauteurs, des médianes, des bissectrices et des médiatrices pour examiner leurs points d'intersection;**

E8 **faire appel au raisonnement inductif et déductif dans le cadre de l'observation de régularités, de l'élaboration de propriétés et de la formulation d'hypothèses;**

E9 **faire appel au raisonnement déductif, énoncer des arguments logiques et être en mesure de juger de la validité d'un argument donné.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

E1/E2 Dans le contexte des emballages, les élèves doivent explorer les raisons qui justifient la conception des emballages. Il sera question, plus spécifiquement, des propriétés spéciales des triangles et des polygones réguliers.

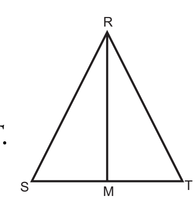
E3 Les élèves tiendront compte de facteurs tels que la rigidité en rapport avec la conception des contenants. Les concepts mathématiques à explorer incluent les médiatrices et les bissectrices, les médianes et les hauteurs de triangles ainsi que leur incidence sur la rigidité. De plus, les élèves détermineront les centres de cercles inscrits et circonscrits ainsi que les centres de gravité et ils examineront en quoi ces notions peuvent être liées à la conception, à la rigidité et à la solidité.

Ils peuvent commencer la présente unité en tentant de découvrir quels facteurs sont susceptibles d'influer sur la rigidité et la solidité. Pour ce faire, ils se serviront de *Geostrips* ou de bandes fabriquées en classe qui peuvent être jointes aux extrémités tout en étant assez flexibles pour pouvoir en modifier la forme. Par exemple, trois bandes jointes formant un triangle ne peuvent être modifiées de façon à former d'autres triangles. Par contre, une figure rectangulaire formée de quatre bandes peut être modifiée de façon à produire un autre type de parallélogramme. (Ils peuvent ensuite ajouter une autre bande reliant les sommets opposés et examiner son effet sur la rigidité.)

En outre, ils peuvent construire des structures, comme dans l'activité 1 proposée sur la page suivante.

E8/E9 Il faut donner aux élèves l'occasion de formuler des arguments logiques à l'appui de leurs hypothèses. Par exemple, lorsqu'ils examinent les bissectrices et les médianes de divers triangles, ils doivent émettre l'hypothèse que ces deux segments se fondent en un seul lorsqu'il s'agit d'un triangle isocèle. Ils doivent ensuite formuler ou écrire un ensemble d'énoncés logiques fondés sur le raisonnement déductif, qui constitueront la démonstration de l'hypothèse. En voici un exemple :

$\triangle RST$ est un triangle isocèle dans lequel RS = RT. Puisque $\overline{RM}$ est une bissectrice, $\angle SRM$ et $\angle TRM$ sont congruents. Donc, $\triangle SRM$ et $\triangle TRM$ sont congruents (CAC) et SM = MT. Par conséquent, $\overline{RM}$ est une médiane.



En général, les élèves peuvent explorer les triangles ainsi que leurs médianes, leurs hauteurs et leurs bissectrices afin de découvrir des relations parmi et entre ceux-ci, particulièrement lorsqu'un triangle est transformé de façon à devenir un triangle régulier (équilatéral). Ils peuvent ensuite étendre ces explorations à d'autres figures régulières.

Dans la présente unité, le programme de base exige à plusieurs occasions que les élèves énoncent et vérifient des hypothèses, qu'ils explorent des propriétés, qu'ils se servent du raisonnement inductif et déductif et qu'ils résolvent des problèmes ayant trait aux figures à deux et à trois dimensions (RAA E1, E2, E8 et E9). À ce stade, cela est réalisé en relation avec les hauteurs, les médianes et les bissectrices de triangles. Afin de modifier le programme pour certains élèves, au besoin, le RAA E3 (ainsi que les exercices

Géométrie et emballage (de 15 à 20 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

décrits dans le cadre des explications détaillées de la présente page) peut être omis.

E1/E2

Activité

1) Inviter les élèves à se grouper par quatre et à construire des ponts en se servant uniquement de pailles et d'épingles droites. Préciser que chaque pont doit être construit au coût le plus bas et qu'il doit supporter le poids d'une brosse à tableau. Ajouter qu'ils disposent de 20 minutes pour le faire.

   Matériel (fourni) :

   5 pailles (aucun frais)
   10 épingles (aucun frais)

   Conditions et coûts :

   - chaque pont doit avoir une largeur d'au moins 10 pailles et une longueur d'au moins 1,5 paille;
   - chaque paille additionnelle coûte 100 000 $;
   - chaque épingle additionnelle coûte 10 000 $;
   - une pénalité de 250 000 $ sera ajoutée pour toute minute excédant les 20 minutes allouées.

E8/E9/E3/E1

Performance

2) a) Demander aux élèves de montrer que tout point P situé sur une bissectrice est équidistant des côtés de l'angle.
   b) Les inviter à se servir de ce théorème pour montrer qu'un point, P, situé à l'intersection de deux bissectrices correspond au centre du cercle inscrit dans le triangle.

Journal

3) a) Demander aux élèves d'expliquer dans leurs propres mots pourquoi l'intersection des trois médianes d'un triangle correspond au centre de gravité de celui-ci.
   b) Leur demander d'expliquer l'utilité du centre de gravité lorsqu'on conçoit des contenants.

Ressources suggérées

Unité 7
Programmation linéaire
(de 20 à 25 heures)

Dans la présente unité, les élèves résoudront certains problèmes d'optimisation à l'aide des techniques de programmation linéaire. On y traite, plus spécifiquement, de la construction et de l'analyse de tableaux et de représentations graphiques, de l'expression de contraintes sous forme d'inéquations, de la représentation graphique d'inéquations et de la délimitation de régions solutions ainsi que de la résolution de systèmes d'équations linéaires à la fois de façon graphique et algébrique. (Nota : Plusieurs ressources écrites sont disponibles pour cette unité.)

Bien qu'il soit possible de suivre la présente unité du programme de base avec tous les élèves, voici une liste des modifications éventuelles du programme pour certains d'entre eux : i) résoudre des systèmes d'équations au moyen de techniques graphiques uniquement, ii) se servir de l'unité de remplacement présentée à l'annexe C pour faire certaines mises au point à divers moments et iii) employer uniquement l'unité présentée à l'annexe C. De plus, il est à noter que la présente unité peut être omise pour certains élèves si le temps vient à manquer.

Programmation linéaire (de 20 à 25 heures)

RAA : En 10[e] année, l'élève devra pouvoir :

C2 modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires, quadratiques, exponentielles et polynomiales et des inéquations linéaires;

C6 appliquer la programmation linéaire pour trouver des solutions optimales dans le cadre de problèmes concrets;

C9 construire et analyser des représentations graphiques et des tableaux établissant un rapport entre deux variables;

A2 analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;

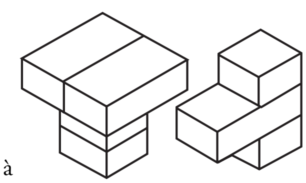
C12 exprimer et interpréter des contraintes au moyen d'inéquations.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C2/C6 Les modèles, les structures et les simulations mathématiques constituent les outils de la recherche opérationnelle. Le domaine de la recherche opérationnelle est une riche source de situations de la vie réelle que les élèves comprennent facilement et qui permettent l'élaboration de concepts mathématiques.

Pendant longtemps, les cours d'algèbre de niveau secondaire ont débuté par la représentation graphique de systèmes d'équations et d'inéquations linéaires hors de tout contexte signifiant. Pourtant, les graphiques de tels systèmes sont généralement employés dans les manuels traitant de recherche opérationnelle afin d'expliquer les concepts de programmation linéaire, qui sont essentiels pour comprendre la solution d'un grand nombre de problèmes d'optimisation. La mise en application de la programmation linéaire inclut l'établissement de l'horaire de travail de façon à minimiser les coûts de la main-d'oeuvre, l'emploi d'un patron ou d'un modèle pour réduire la perte occasionnée par la coupe de matériaux et l'établissement des niveaux de production nécessaires dans le cadre de la fabrication de différents produits afin de maximiser les profits d'une entreprise. Dans ce guide, il sera question du problème suivant (tiré d'un article de Thomas Edwards et Kenneth Chelst, paru dans *The Mathematics Teacher* en février 1999), pour mettre l'accent sur les résultats d'apprentissage pertinents.

❒ Supposons qu'une entreprise fabrique uniquement des tables et des chaises et que le profit réalisé sur une chaise s'élève à 15 $ et celui réalisé sur une table, à 20 $. La fabrication de chaque chaise nécessite une grande pièce et deux petites pièces de matériau (que l'on peut représenter à l'aide de pièces *Lego* ou de tout autre type de blocs de construction). Pour produire chaque table, il faut deux grandes pièces et deux petites pièces de matériau. Si vous disposez uniquement de six grandes pièces et de huit petites pièces, combien de chaises et de tables devrez-vous produire pour maximiser vos profits?



Il est important de donner l'occasion aux élèves de voir ce qu'ils peuvent construire au moyen du matériel dont ils disposent et de déterminer le profit correspondant à chaque possibilité. Plus tard, lorsque le problème sera examiné de façon plus abstraite, un lien pourra facilement être établi entre les concepts abstraits et cette exploration concrète. (Des groupes de deux élèves ou plus peuvent être en compétition pour trouver la solution optimale.)

C9/A2 Pour aider les élèves à comprendre l'information donnée, leur demander de l'inscrire dans un tableau. Par exemple :

	Table	Chaise	Pièces disponible
Profit ($)	20	15	–
Grandes pièces	2	1	6
Petites pièces	2	2	8

Lorsqu'ils construisent les différentes combinaisons possibles de chaises et de tables (par exemple au moyen de pièces *Lego*), les inviter à les prendre en note ainsi que le profit correspondant. Cette information sera utile à mesure que les régularités deviendront évidentes.

C12 En particulier, il faut inviter les élèves à porter attention aux contraintes énoncées dans le problème, qu'ils devront formuler par écrit. (Consulter la page ?? pour obtenir de l'information plus détaillée sur les contraintes.)

Programmation linéaire (de 20 à 25 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C2/C6/C9/C12/A2

Interrogation papier-crayon/performance/activité

1) Mentionner ce qui suit : Une petite entreprise produit deux sortes de jouets – certains sont ronds et d'autres sont carrés. Ils sont fabriqués avec trois types de matériaux. L'entreprise dispose de 480 unités de plastique, 300 unités de métal et 60 unités de bois. Il faut 4 unités de plastique et 2 unités de métal pour produire un jouet rond et 3 unités de plastique, 3 unités de métal et 1 unité de bois pour faire un jouet carré. Chaque jouet rond rapporte un profit de 8 $ et chaque jouet carré, un profit de 15 $. Supposons que tous les jouets fabriqués seront vendus.

   Demander aux élèves :
   a) d'organiser toute l'information sous forme de tableau;
   b) de rédiger des phrases exprimant les contraintes du problème;
   c) de déterminer le nombre de contraintes;
   d) de déterminer cinq arrangements de production de jouets ronds et carrés satisfaisant toutes les contraintes et de préciser le profit correspondant à chacun;
   e) d'estimer le profit maximal.

C12

Interrogation papier-crayon

2) Demander aux élèves de rédiger des phrases exprimant les contraintes de chacune des situations ci-dessous.

a)

	Contenants de plastique	Profit
Disponibles	60	—
Planche à roulettes	5	1,00$
Poupée	2	0,55$

b)

	Cloth (m)	Profit
Disponible	50	—
Chemise	3	5,00$
Gilet	2	3,00$

A2/C12

3) Demander aux élèves de déterminer, pour chacun des tableaux ci-dessus, cinq arrangements de produits satisfaisant les contraintes. Poser la question suivante : Quel profit correspond à chacun?

Ressources suggérées

Ulep, Soledad A., An Intuitive Approach in Teaching Linear Programming, *The Mathematics Teacher, Janvier 1999, NCTM*

Programmation linéaire (de 20 à 25 heures)

RAA : En 10[e] année, l'élève devra pouvoir :

C2 **modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires, quadratiques, exponentielles et polynomiales et des inéquations linéaires;**

C12 **exprimer et interpréter des contraintes au moyen d'inéquations;**

C31 **représenter graphiquement des équations et des inéquations et analyser ces représentations avec et sans l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**

C33 **faire une représentation graphique en construisant un tableau de valeurs, en se servant d'un outil technologique et, lorsque cela est approprié, en utilisant la méthode de la pente et de l'ordonnée à l'origine;**

C34 **analyser la solution d'équations et d'inéquations, et énoncer et vérifier des hypothèses à ce sujet, à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**

A2 **analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;**

C17 **résoudre des problèmes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**

C11 **écrire une inéquation décrivant une représentation graphique.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C2/C12 À la suite de leurs explorations concrètes (réalisées avec les pièces *Lego*), les élèves devraient être en mesure de relever deux variables de décision : c, le nombre de chaises fabriquées, et t, le nombre de tables.

Il est important qu'ils définissent les variables de façon claire et précise. Les définitions des variables énoncées ci-dessus indiquent clairement que celles-ci représentent le « nombre » de chaises et de tables plutôt que les chaises et les tables elles-mêmes. Les variables c et t ont été choisies de façon à établir un lien clair avec le contexte.

Les élèves tireront avantage à prendre le temps d'interpréter l'information écrite et à l'exprimer sous forme de contraintes. Ils doivent aussi saisir tous les éléments d'information, en rendant bien claire l'interdépendance entre les symboles du tableau, les énoncés, les variables et les contraintes écrites. Ils doivent pouvoir nommer deux contraintes concernant ce qu'ils doivent fabriquer, car ils ne disposent que de six grandes pièces et huit petites pièces de matériau. Toutefois, la transposition de ces contraintes en inéquations en utilisant les variables de décision peut nécessiter un certain examen approfondi. Un grand nombre d'élèves formuleront peut-être des énoncés tels que 1 table = 2 grandes pièces + 2 petites pièces et 1 chaise = 1 grande pièce + 2 petites pièces, car c'est la façon dont ces éléments sont fabriqués. Cependant, les contraintes ont trait à la consommation de ressources limitées. Les élèves devront donc attacher une importance particulière au nombre limité de grandes et de petites pièces et à la consommation de chacune de ces ressources dans le processus de fabrication des tables ou des chaises, ou des deux. Étant donné que l'on ne dispose que de six grandes pièces de matériau et qu'il en faut une pour faire une chaise et deux, pour une table, les élèves devraient affirmer que $1c + 2t \leq 6$. (C'est une autre façon de dire que le nombre de grandes pièces employées pour fabriquer les chaises et les tables doit être inférieur ou égal au nombre total de pièces en main.) De même, la fabrication d'une chaise et d'une table nécessite deux petites pièces dans chaque cas, donc $2c + 2t \leq 8$.

(Nota : Il arrive souvent que des situations de programmation linéaire comportent aussi des contraintes « non formulées ». Dans le cas présent, par exemple, le nombre de tables ou de chaises ne peut être inférieur à zéro, donc les inéquations t ³ 0 et c ³ 0 sont aussi des contraintes.)

suite...

Programmation linéaire (de 20 à 25 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C2/C12/C31/C33/A2

Activité

1) Inviter les élèves à examiner l'information ci-dessous.

Matériaux	Unités requises pour chaque jouet rond	Unités requises pour chaque jouet carré	Unités disponibles
Plastique	4	3	480
Métal	2	3	300
Bois	0	1	60
Profit (per Toy)	8$	15$	

Donner les consignes suivantes :

a) Déterminez les deux variables de décision.
b) Exprimez les contraintes sous forme d'énoncés.
c) Transposez les énoncés exprimant les contraintes en inéquations.
d) En supposant que les élèves sont répartis en six groupes, assigner chacune des contraintes à deux groupes. Leur demander d'attribuer aux variables 20 valeurs qui satisfont la contrainte et 20 valeurs qui ne la satisfont pas et de les indiquer au moyen de points verts et rouges respectivement sur une représentation graphique.
e) Inviter les élèves à disposer leurs représentations graphiques sur le mur et discuter des mérites et des aspects de chacune. Leur demander comment ils définiraient la frontière entre les deux régions de couleurs différentes. Leur demander comment ils définiraient la région indiquée en rouge, puis celle indiquée en vert.
f) Superposer des transparents représentant ces contraintes sur un rétroprojecteur et demander aux élèves de formuler des énoncés au sujet de la région solution.

C33/C31/C17

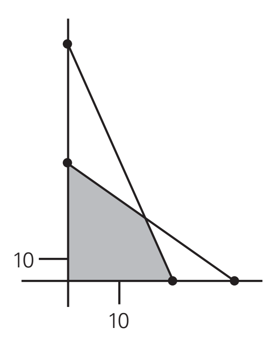
Performance

2) Demander aux élèves de représenter chacune des contraintes énoncées dans l'activité ci-dessus à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique. (Pour rendre la situation claire, on peut demander aux élèves d'ombrer les régions qui ne satisfont pas les contraintes.)

C12/C11/A

Journal

3) Demander aux élèves de déterminer les inéquations correspondant à la représentation graphique de la région solution.



Ressources suggérées

Programmation linéaire (de 20 à 25 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C2 modéliser des phénomènes réels avec des équations linéaires, quadratiques, exponentielles et polynomiales et des inéquations linéaires;

C12 exprimer et interpréter des contraintes au moyen d'inéquations;

C31 représenter graphiquement des équations et des inéquations et analyser ces représentations avec et sans l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;

C33 faire une représentation graphique en construisant un tableau de valeurs, en se servant d'un outil technologique et, lorsque cela est approprié, en utilisant la méthode de la pente et de l'ordonnée à l'origine;

C34 analyser la solution d'équations et d'inéquations, et énoncer et vérifier des hypothèses à ce sujet, à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;

A2 analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;

C17 résoudre des problèmes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;

C11 écrire une inéquation décrivant une représentation graphique.

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

Suite...

C31/C33/C34/A2/C17 Une fois que les élèves ont défini le système de contraintes, ils doivent le représenter graphiquement afin de déterminer une région solution. Il se peut que ce soit la première fois qu'on leur demande de représenter graphiquement des inéquations. On peut ajouter certaines activités pour les aider à déterminer quel demi-plan inclure dans le graphique de chaque inéquation. Par exemple, ils peuvent utiliser deux couleurs selon que les points satisfont ou ne satisfont pas la contrainte. Ils doivent ensuite pouvoir établir la frontière entre les deux régions et formuler l'équation qui la représente. Si divers groupes font cet exercice pour différentes contraintes et qu'ils reproduisent leurs graphiques sur des transparents, on peut superposer ces transparents sur le rétroprojecteur afin d'illustrer la région solution. Lorsqu'on travaille avec un outil technologique, ce peut être une bonne idée d'ombrer les régions opposées (celles qui ne satisfont pas les contraintes) afin d'illustrer clairement le chevauchement des régions non ombrées.

A2/C11 Dans le cadre du processus qui consiste à établir un lien entre les régions solutions (représentées graphiquement) et les inéquations ou les systèmes d'inéquations (représentés algébriquement), il sera utile aux élèves de décrire des modèles graphiques donnés au moyen d'inéquations et de représenter graphiquement des inéquations.

Programmation linéaire (de 20 à 25 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

Ressources suggérées

Programmation linéaire (de 20 à 25 heures)

RAA : En 10[e] année, l'élève devra pouvoir :

C6 **appliquer la programmation linéaire pour trouver des solutions optimales dans le cadre de problèmes concrets;**

C27 **résoudre des équations linéaires, radicales simples, exponentielles et valeur absolue ainsi que des inéquations linéaires;**

C16 **interpréter la solution d'une équation selon le contexte;**

C31 **représenter graphiquement des équations et des inéquations et analyser ces représentations avec et sans l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**

C34 **analyser la solution d'équations et d'inéquations, et énoncer et vérifier des hypothèses à ce sujet, à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**

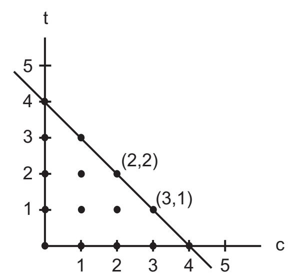
A1 **associer des ensembles de nombres à des solutions d'inéquations;**

A7 **faire preuve de sa compréhension des ensembles de nombres discrets et continus et la mettre en pratique;**

A2 **analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

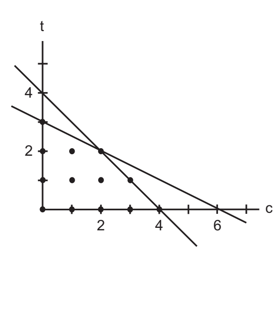
C6/C27/C16/C31/C34 Le graphique d'une région solution comportant trois contraintes délimitant les trois côtés de la région est illustré ci-dessous. Des points situés à l'intérieur de la région [par exemple (1, 0), (2, 2) et (3, 1)] doivent être examinés pour établir la solution optimale. Il faut demander aux élèves d'interpréter certains de ces points en rapport avec le contexte du problème afin qu'ils commencent à établir un lien entre la représentation graphique et leur exploration de la solution optimale. Ils doivent aussi interpréter des points tels que (1, 4) et pouvoir expliquer, compte tenu du contexte, pourquoi ils sont situés à l'extérieur de la région solution.



une région solution

A1/A7/A2 On désirera peut-être ensuite discuter avec les élèves de la nature discrète de la région solution illustrée dans cet exemple. Comme les variables de décision doivent être des nombres entiers, la région solution est composée uniquement des points de grille de la région « ombrée ». Dans les situations concrètes, des problèmes de ce type sont habituellement formulés en termes de cadence de production à l'heure ou à la semaine et des variables continues sont alors acceptables. La région solution correspond dans ce cas à la totalité de la région ombrée.

C6/A2 Il est important aussi de déterminer si les élèves comprennent pourquoi la possibilité de fabriquer deux chaises et deux tables rend non optimale la fabrication d'une chaise et deux tables. L'emplacement des points sur la frontière de la région solution jouera un rôle important dans le cadre de la prochaine exploration réalisée par les élèves. (Nota : La représentation graphique ci-dessous décrit la région solution totale correspondant au problème initial.)



Programmation linéaire (de 20 à 25 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C27/C16/C31/C34/C6/A7/A2/A1

Performance

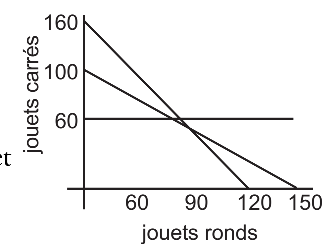
1) Mentionner qu'une petite entreprise fabrique deux types de jouets, des ronds et des carrés. Ajouter que la représentation graphique ci-dessous inclut les contraintes correspondant à la production des jouets et que les équations de ces contraintes peuvent être déterminées en se fondant sur les données du tableau suivant :

	contenants de plastique (max 480)	litres de peinture (max 300)	profit
jouet carré	3	3	$15
jouet rond	4	2	$8

Ajouter que, vu l'équipement dont dispose l'entreprise, le nombre de jouets carrés fabriqués est limité à 60.

Demander aux élèves :

a) d'ombrer la région solution et de formuler un énoncé exprimant ce qu'elle représente;



b) de nommer des points appartenant à la frontière de la région solution et de formuler un énoncé exprimant ce qu'ils indiquent;

c) de nommer certains points de la région solution et de formuler un énoncé exprimant ce qu'ils représentent;

d) de trouver un point du graphique pour lequel, selon eux, la valeur de chaque variable résulte en une solution optimale, compte tenu de la situation énoncée;

e) de préciser si la région solution comporte des points pour lesquels les valeurs attribuées aux variables ne satisfont pas toutes les contraintes, puis les inviter à expliquer leurs réponses.

Ressources suggérées

Programmation linéaire (de 20 à 25 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C6 **appliquer la programmation linéaire pour trouver des solutions optimales dans le cadre de problèmes concrets;**

B4 **déterminer et calculer la valeur maximale ou minimale, ou les deux, dans le cadre d'un modèle de programmation linéaire;**

A2 **analyser des représentations graphiques ou des tableaux illustrant des situations afin de trouver de l'information spécifique;**

A7 **faire preuve de sa compréhension des ensembles de nombres discrets et continus et la mettre en pratique.**

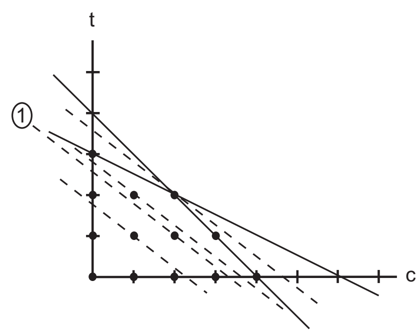
Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C6 Pour résoudre un problème de programmation linéaire, il faut :

- définir un ensemble de *variables de décision* décrivant complètement la décision à prendre;
- déterminer toute *contrainte* (restriction) applicable aux variables de décision, par exemple des ressources disponibles limitées;
- représenter graphiquement le système de contraintes afin de déterminer une *région solution*;
- modéliser l'objectif du problème en définissant une *fonction-objectif* à l'aide des variables de décision;
- déterminer quelle solution appartenant à la région solution correspond à la *solution optimale*.

C6/B4/A2/C19 Après avoir défini les variables, nommé les contraintes et représenté graphiquement la région solution, les élèves doivent modéliser l'objectif du problème initial en définissant le profit, P, comme étant la fonction-objectif $P = 15c + 20t$. (Se rappeler comment les variables c et t ont été définies à la page ?? et ne pas oublier que le profit réalisé sur chaque chaise est de 15 $ et sur chaque table, de 20 $, tel que précisé à la page ??.)

On peut ensuite demander aux élèves de supposer que les profits s'élèvent à 50 $ et les inviter à tracer une droite passant par la région solution qui représente la fonction-objectif pour un profit de 50 $. (Voir la ligne pointillée indiquée par le numéro 1.) Ils peuvent faire la même chose pour, disons, des profits de 35 $, 55 $ et 70 $. (Consulter les lignes pointillées additionnelles.)



Il leur suffit alors d'observer que $15c + 20t = P$ définit un ensemble de droites parallèles et que plus celles-ci se situent à droite et en haut du plan cartésien, plus le profit est élevé. La droite la plus haute et la plus à droite tout en passant par la région solution passe par un point sommet. Par conséquent, ce point correspond à la solution optimale. La représentation graphique illustre la région solution et un ensemble de droites parallèles, y compris celle qui passe par la solution optimale (soit deux chaises et deux tables).

Nota : Lorsque l'ensemble des droites parallèles définies par la fonction-objectif est parallèle à une frontière de la région solution, la solution optimale n'est plus unique. Tout point appartenant à cette section de la frontière appartient à la solution optimale. En outre, les élèves doivent comprendre qu'il est possible, selon la situation, que la solution optimale corresponde à l'un des points de la frontière de la région solution. Par exemple, si les chaises généraient un profit de 20 $ et les tables, un profit de 15 $, l'ensemble des droites parallèles définies par $P = 20c + 15t$ reconnaîtrait une solution optimale au point (4, 0), ce qui correspond à 4 chaises et à aucune table.

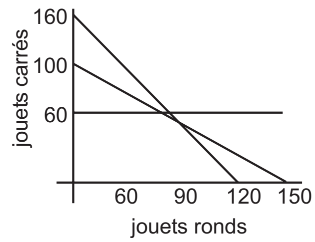
Programmation linéaire (de 20 à 25 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

B4/C6/A2/A7

Activité

1) Mentionner qu'une petite entreprise fabrique deux types de jouets, des ronds et des carrés. Ajouter que le graphique reproduit à droite illustre les contraintes auxquelles est soumise la production des jouets. Demander aux élèves de déterminer le nombre de chaque type de jouet qui devra être fabriqué de façon à maximiser le profit total, en supposant que tous les jouets produits sont vendus.



Donner les consignes suivantes :

a) Formulez dans vos propres mots ce qu'il faut faire pour résoudre ce problème.

b) Déterminez le profit correspondant aux points suivants, en supposant qu'un jouet rond génère un profit de 8 $ et un jouet carré, de 15 $.
i) (50, 30) ii) (80, 40)

c) Écrivez une équation définissant la fonction-objectif. Pour chacun des points ci-dessous, écrivez et tracez la fonction-objectif correspondante.
i) (10, 20) ii) (50, 30) iii) (60, 10)
Déterminez, dans chaque cas, s'il existe d'autres solutions permettant d'obtenir la même valeur pour la fonction-objectif.

d) Expliquez en quoi les droites tracées aux questions c) ii) et c) iii) sont associées à celle tracée à la question c) i).

e) Trouvez un point de la région solution qui représente des valeurs permettant d'obtenir un profit plus élevé que les valeurs correspondant à tout autre point examiné dans le cadre des questions a) à d) et représentez graphiquement la fonction-objectif qui lui est associée.

f) Terminez l'énoncé suivant : « Plus la droite représentant la fonction-objectif est éloignée de l'origine, ____________________. »

g) Demandez aux élèves d'indiquer quel point de la région solution est situé sur la droite représentant la fonction-objectif la plus éloignée de l'origine.

h) Déterminez la valeur de la fonction-objectif à ce point et précisez quelle conclusion peut être tirée.

i) Expliquez l'incidence de l'inversion des profits sur la droite représentant la fonction-objectif, c,-à-d. que le profit généré par chaque jouet rond est de 15 $ et par chaque jouet carré, de 8 $.

j) Tracez cette nouvelle droite correspondant à la fonction-objectif et déterminez le nombre de jouets ronds et de jouets carrés qui permettra de maximiser les profits.

Ressources suggérées

Programmation linéaire (de 20 à 25 heures)

RAA : En 10e année, l'élève devra pouvoir :

C19 **résoudre des systèmes d'équations linéaires au moyen de la méthode par substitution et de la méthode graphique;**

C24 **formuler des équations différemment;**

C17 **résoudre des problèmes à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**

C31 **représenter graphiquement des équations et des inéquations et analyser ces représentations avec et sans l'aide d'un outil technologique à capacité graphique;**

C27 **résoudre des équations linéaires, radicales simples, exponentielles et valeur absolue ainsi que des inéquations linéaires.**

Explications détaillées - Stratégies d'enseignement et suggestions

C19/C24/C17/C31 Cette approche graphique visant à résoudre un problème de programmation linéaire met en évidence le principe selon lequel une solution optimale unique se trouve habituellement en un point sommet de la frontière d'une région solution. Dans ce cas, le point sommet (2, 2) correspond au point d'intersection des droites définies par $c + 2t = 6$ et $2c + 2t = 8$. Pour représenter graphiquement ces équations, les élèves peuvent les formuler sous la forme d'une fonction (c.-à-d. $t = -\frac{1}{2}c + 3$ et $t = -c + 4$). Puis, à l'aide de la méthode de la pente et de l'ordonnée à l'origine, ils peuvent rapidement tracer les deux droites. Ils peuvent aussi le faire à l'aide d'un outil technologique à capacité graphique. Ainsi, le point d'intersection de ces deux droites peut être déterminé de façon approximative à l'aide des graphiques tracés ou, de façon précise, en se servant des diverses méthodes offertes par l'outil technologique.

C19/C24/C27 Les élèves doivent arriver à maîtriser la méthode par substitution pour résoudre algébriquement des systèmes d'équations. Si les deux équations sont présentées sous la forme d'une fonction, elles peuvent facilement être combinées. Précédemment, les élèves sont arrivés à la conclusion que si deux équations sont égales à la même variable (dans ce cas, t), alors elles sont égales l'une à l'autre. Ainsi, $-\frac{1}{2}c + 3 = -c + 4$. Cette application de la propriété de transitivité est parfois appelée une « comparaison ». Toutefois, les élèves la verront peut-être comme la « substitution » d'une valeur, (t), par une autre, ($-\frac{1}{2}c + 3$).

Il est maintenant possible de résoudre algébriquement cette équation :

$\frac{1}{2}c = 1$ et

$c = 2$

En sachant que $c = 2$:

$-(2) + 4 = t$

$2 = t$

Donc, la réponse est 2 chaises et 2 tables.

Si les élèves emploient la méthode par substitution pour résoudre le système d'équations initial, $c + 2t = 6$ et $2c + 2t = 8$, ils choisiront peut-être d'exprimer la première équation en fonction de c ($c = -2t + 6$), puis de remplacer la variable c de la deuxième équation par cette expression [$2(-2t + 6) + 2t = 8$], puis résoudre en t. Une telle démarche permettrait de déterminer que $t = 2$. Ils pourraient alors remplacer la variable t par 2 dans l'une ou l'autre des équations initiales et ainsi déterminer la valeur de c. Ici encore, ils trouveraient que le point d'intersection correspond à 2 tables et 2 chaises.

Programmation linéaire (de 20 à 25 heures)

Tâches utiles pour l'enseignement ou l'évaluation

C19/C24/C27/C31

Interrogation papier-crayon/performance

1) Mentionner que le profit maximal peut être déterminé en évaluant les points d'intersection des droites définies par le contraintes énoncées dans le problème. Demander aux élèves de déterminer le profit maximal pour chacun des ensembles de contraintes suivants :

a) Profit = $8x + 15y$

$$\begin{cases} 2x + 3y \le 300 \\ y \le 60 \end{cases}$$

b) Profit = $15x + 8y$

$$\begin{cases} 4x + 3y \le 480 \\ 2x + 3y \le 300 \end{cases}$$

c) Profit = $10a + 8{,}5g$

$$\begin{cases} 3{,}5a + 2{,}5g \le 12000 \\ 7a + 8g \le 34000 \end{cases}$$

d) Profit = $8{,}5a + 10g$

$$\begin{cases} 3a + 2g \le 12000 \\ 7{,}5a + 8{,}2g \le 34000 \end{cases}$$

e) Profit = 1,00 $\$x$ + 0,55 $\$y$

$$\begin{cases} \frac{5}{2}x + \frac{2}{3}y \le 60 \\ 15x + 18y \le 360 \end{cases}$$

f) Profit = $5{,}15x + 6{,}10y$

$$\begin{cases} x \ge 8,\ y \ge 5 \\ -\frac{4}{5}x + \frac{5}{3}y \le 30 \end{cases}$$

Journal

2) a) Demander aux élèves de décrire de façon détaillée la démarche algébrique de résolution d'un système d'équations au moyen de la méthode par substitution.

b) Étant donné $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ x + 5y = 10 \end{cases}$ Demander aux élèves d'expliquer de quelle façon ils commenceraient le processus algébrique afin de résoudre ce système d'équations.

Ressources suggérées