

Vers une nouvelle mesure des attentes de taux d'intérêt au Canada : l'estimation d'une prime de terme variable

*Toni Gravelle, Philippe Muller et David Stréliski**

Introduction

Une vision claire des attentes des marchés financiers au sujet de l'évolution future des taux d'intérêt peut s'avérer d'une grande utilité dans la mise en œuvre de la politique monétaire. Le taux d'intérêt au jour le jour est le seul que la Banque du Canada puisse influencer directement par ses opérations. Les fluctuations de ce taux se propagent par la suite aux taux d'échéances plus lointaines pour influencer le rythme futur de l'expansion de la demande. L'information sur les attentes des marchés financiers permet aux autorités monétaires d'identifier la présence de discordances entre la tendance qu'elles veulent imprimer à moyen terme aux taux d'intérêt et celle anticipée par les marchés financiers. Elles peuvent donc intervenir de façon à éviter des turbulences que les ajustements non anticipés de la politique monétaire peuvent engendrer sur ces marchés¹. L'objectif central de la présente étude est d'estimer une composante variable de la prime de terme,

1. Voir Zelmer (1996) pour une revue des considérations tactiques qui interviennent dans la mise en œuvre de la politique monétaire.

* *Toni Gravelle, Philippe Muller et David Stréliski travaillent au département des Marchés financiers de la Banque du Canada. Ils tiennent à remercier Jean-François Fillion, Mark Zelmer, Pierre Duguay, David Watt et Kevin Clinton, de la Banque du Canada, pour leurs conseils et commentaires.*

puis d'obtenir une mesure plus précise des attentes des marchés au sujet de l'évolution future des taux d'intérêt canadiens à trois mois².

L'hypothèse d'attentes de la structure des taux d'intérêt (que nous désignons par le sigle « HASTI ») est basée sur une relation d'équilibre entre les taux d'intérêt de différentes échéances. Selon l'HASTI, chaque taux à long terme représente la moyenne des taux à court terme anticipés par les marchés sur l'horizon du titre à long terme, plus une prime de terme constante. Si elle se vérifie, l'HASTI offre un cadre d'analyse pratique permettant d'obtenir, à partir de la structure des taux d'intérêt, une estimation de l'évolution moyenne du taux à court terme anticipée par les marchés. Il suffit alors d'estimer la valeur des primes de terme à soustraire de chaque échéance de taux à long terme. Cette méthode d'extraction des attentes relatives aux taux d'intérêt n'est cependant pas unanimement supportée par les études empiriques. Nous en discutons plus en détail à la section 2.

Jusqu'à tout récemment, très peu d'études avaient été effectuées sur la validité de l'HASTI lorsqu'on l'applique aux taux canadiens à court terme. Dans une étude récente, Paquette et Strélski (1998) testent la validité de l'HASTI à partir des taux des accords de taux futur (identifiés par le sigle FRA, de l'expression anglaise Forward Rate Agreement) et des taux d'acceptations bancaires à 90 jours et observent que celle-ci ne peut être rejetée pour la plupart des échéances des taux d'intérêt canadiens. Ils trouvent cependant que la relation entre les taux à terme et au comptant est instable au fil des sous-échantillons. Nous postulons dans la présente étude que cette instabilité est attribuable en partie à la variabilité de la prime de terme.

La plupart des études réalisées sur ce sujet, dont celle de Paquette et Strélski (1998), utilisent des méthodes de régression à une équation pour tester la validité de l'HASTI. Nous savons que les méthodes à une équation présentent certaines lacunes, dont celle de ne pas utiliser toute l'information nécessaire pour obtenir des paramètres non biaisés. De plus, les méthodes à une équation font abstraction de la relation d'équilibre à long terme de la

2. L'orientation à court terme de la politique monétaire est souvent mesurée au Canada par un taux d'intérêt à trois mois et le taux de change pondéré par l'importance respective des principaux partenaires commerciaux. Nous concentrons donc nos efforts à mesurer les attentes relatives aux taux d'intérêt à trois mois.

structure des taux, en ne tenant pas compte des propriétés chronologiques liées à la cointégration³.

La relation d'équilibre entre les taux au comptant et à terme quotidiens utilisée dans la présente étude suppose l'existence d'une prime de terme variable dans le temps. Cette relation est donc plus générale que l'HASTI, qui suppose une prime de terme constante. Afin d'obtenir une mesure de la composante variable de la prime de terme associée aux différents taux à terme, nous estimons un modèle vectoriel à correction d'erreurs (identifié par le sigle VECM, de l'expression Vector Error Correction Model). En effet, lorsqu'on suppose qu'il existe une relation de cointégration entre le taux à terme et le taux au comptant, c'est-à-dire que ces taux sont assujettis à une tendance stochastique commune, la technique du VECM permet de calculer une mesure variable dans le temps, mais stationnaire, de la prime de terme. Cette approche nous permet également de tester certaines des conditions nécessaires imposées par l'HASTI, en faisant l'hypothèse que les séries des taux d'intérêt au comptant et à terme sont non stationnaires. Ces conditions sont les suivantes : i) les taux au comptant et à terme sont déterminés par une composante stochastique commune et ii) le vecteur de cointégration est tel qu'il existe une relation unitaire entre le taux au comptant et le taux à terme.

Dans la section 1, nous décrivons l'hypothèse d'attentes de la structure des taux d'intérêt et exposons la méthodologie utilisée dans la présente étude, puis, à la section 2, nous décrivons les données. À la section 3, nous testons formellement, à l'aide d'un modèle de cointégration, les conditions imposées par l'HASTI. Ce modèle nous permet aussi de calculer une mesure, variable dans le temps, de la prime de terme que nous utilisons pour obtenir une mesure des attentes de taux d'intérêt. Dans cette section, nous étudions également les propriétés statistiques de la composante variable de la prime de terme. Par la suite, à la section 4, nous testons la robustesse des résultats de notre modèle de cointégration. Enfin, la dernière section présente quelques conclusions et propose quelques avenues de recherche.

3. Boothe (1991) est un exemple d'une étude canadienne récente où ont été prises en considération les questions controversées liées à la cointégration. Cette étude utilise cependant une technique de cointégration à une équation, qui suppose qu'un des taux d'intérêt est faiblement exogène. Elle s'attarde également au segment à long terme de la structure des taux.

1 Méthodologie

1.1 L'hypothèse d'attentes de la structure de taux d'intérêt (HASTI)

L'HASTI stipule que chaque taux à long terme représente la moyenne des taux à court terme anticipés sur la durée de vie du titre à long terme concerné, majorée d'une prime de terme constante. En se basant sur la relation d'arbitrage qui existe entre les marchés au comptant et à terme, l'HASTI, sous sa forme de taux à terme, peut être représentée comme suit :

$$f(n)_t^k = E_t[r(n)_{t+k}] + \theta(n, k), \quad (1)$$

où $f(n)_t^k$ est le taux à terme au temps t d'un instrument à n périodes débutant dans k périodes; $r(n)_{t+k}$, le taux au comptant au temps $t+k$ d'un instrument de n périodes; E_t , l'opérateur d'espérance mathématique conditionnelle à l'information disponible au temps t et $\theta(n, k)$, la prime de terme constante associée à ces taux. Si l'on permet à la prime de terme en (1) de varier dans le temps, l'équation (1) décrit alors une relation d'arbitrage entre le taux au comptant et le taux à terme⁴. Dans cette relation, aucune restriction n'est imposée aux caractéristiques chronologiques de la prime de terme. Cette relation est donc plus générale que l'HASTI et englobe cette dernière comme cas particulier. En soustrayant des deux côtés de cette relation d'arbitrage le taux au comptant, nous obtenons

$$f(n)_t^k - r(n)_t = E_t[r(n)_{t+k} - r(n)_t] + \theta^e(n, k)_t, \quad (2)$$

où $f(n)_t^k - r(n)_t$ est la prime de terme et $E_t[r(n)_{t+k} - r(n)_t]$, le changement anticipé du taux au comptant. Une courbe de rendement à terme à pente positive peut indiquer soit une hausse anticipée de taux $E_t[r(n)_{t+k} - r(n)_t]$, soit une augmentation anticipée de la compensation requise par les investisseurs en considération du risque inhérent à la détention d'instruments ayant une échéance plus lointaine $\theta^e(n, k)_t$, soit les deux. En décomposant la prime de terme variable en une composante fixe et une composante variable dans le temps, $\theta^e(n, k)_t = \alpha + x_t$, et en modifiant l'agencement des termes de l'équation (2), nous obtenons une mesure ajustée des changements de taux d'intérêt anticipés, qui s'écrit comme suit :

$$E_t[r(n)_{t+k} - r(n)_t] = f(n)_t^k - r(n)_t - \alpha - x_t. \quad (3)$$

4. Ilmanen (1996) ainsi que Evans et Lewis (1994) montrent comment la relation d'équilibre entre les taux à terme et au comptant des équations (1) et (2) peut être considérée comme une relation d'arbitrage.

La plupart des études empiriques testent l'HASTI en estimant l'équation suivante :

$$r(n)_{t+k} - r(n)_t = \alpha + \phi(f(n)_t^k - r(n)_t) + \zeta_{t+1}, \quad (4)$$

où $\zeta_{t+1} = \omega_{t+1} + x_t$ comprend les erreurs de prévision ω_{t+1} , plus la composante variable de la prime de terme x_t . Les paramètres estimés sont non biaisés si ω_{t+1} suit un processus de bruit blanc et $x_t = 0^5$. Conséquemment, ces études empiriques testent le modèle d'anticipations en supposant que la prime de terme est constante.

Fama (1984), Hardouvelis (1988), Roberds, Runkle et Whiteman (1996) sont des exemples d'études de ce genre. Elles examinent toutes la relation entre des taux de bons du Trésor de différentes échéances aux États-Unis. De façon générale, la plupart de ces auteurs observent que le taux à terme procure des prévisions biaisées du taux au comptant futur ($\phi \neq 1$). Selon certains auteurs, ce biais est attribuable au fait que les taux d'intérêt à court terme américains sont difficiles à prédire en raison des mesures de la Réserve fédérale⁶. Ce biais est également attribuable à des erreurs de prévision systématiques ou à des primes de terme variables dans le temps. Plus précisément, des erreurs de prévision systématiques impliquent que ω_{t+1} ne suit pas un processus de bruit blanc. De même, une prime de terme variable dans le temps implique que x_t varie de façon systématique⁷. Par ailleurs, Brenner et Kroner (1995) affirment que le coefficient ϕ estimé à partir de l'équation (4) est biaisé même lorsque la prime de terme est constante et que les anticipations sont rationnelles. Ce sera le cas lorsqu'il existe entre les taux à terme et au comptant une relation

5. Pour que ce soit le cas, les marchés doivent être efficaces, les investisseurs doivent être neutres face au risque et former leurs anticipations de façon rationnelle.

6. La Réserve Fédérale fixe le taux d'intérêt au jour le jour et intervient pour atténuer la volatilité de ce dernier dans la mise en œuvre de sa politique monétaire. Selon Rudebusch (1995), cela impose au taux au jour le jour un comportement de marche aléatoire qui se propage par la suite aux bons du Trésor de diverses échéances.

7. Le coefficient ϕ dépend à la fois de la variation de la prime de terme, de la variation du changement anticipé du taux au comptant et de la corrélation entre les changements de la prime de terme et les changements anticipés du taux d'intérêt au comptant. Même en l'absence de corrélation entre la variation de la prime de terme et celle du changement anticipé du taux au comptant, le coefficient ϕ estimé est biaisé vers le bas si la prime de terme est variable dans le temps. Dans ce cas, le test de l'HASTI basé sur ϕ ne veut plus rien dire. Pour plus de précisions, voir Gerlach et Smets (1995) et Mankiw et Miron (1986).

de cointégration dont la méthode de régression à une équation ne tient pas compte⁸.

Néanmoins, les études testant la validité de l'HASTI à l'aide de la méthode de régression à une équation conduisent à des résultats beaucoup moins favorables pour les taux d'intérêt américains que pour ceux des autres pays. Hardouvelis (1988) et Gerlach et Smets (1995) trouvent en effet qu'abstraction faite des États-Unis, l'évolution future des taux à court terme correspond aux prévisions de l'HASTI pour tous les pays étudiés. D'autres travaux effectués spécifiquement avec des données canadiennes, dont Paquette et Strélski (1998), analysent la validité de l'HASTI et trouvent que celle-ci n'est pas rejetée pour la majorité des échéances le long de la structure des taux des marchés monétaires. Paquette et Strélski (1998) trouvent cependant que les coefficients ϕ varient fortement selon l'échantillon utilisé.

1.2 Modèle vectoriel à correction d'erreurs

Les séries de taux d'intérêt au comptant et à terme peuvent être exprimées par un modèle vectoriel à correction d'erreurs en faisant l'hypothèse que ces séries sont cointégrées et non stationnaires. Le VECM utilisé dans cette étude prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}\Delta f_t^k &= \lambda_f(f_{t-1}^k - \beta r_{t-1} - \mu) + \sum_{i=1}^q b_i^{ff} \Delta f_{t-i}^k + \sum_{i=1}^q b_i^{fr} \Delta r_{t-i} + \varepsilon_{f,t} \\ \Delta r_t &= \lambda_r(f_{t-1}^k - \beta r_{t-1} - \mu) + \sum_{i=1}^q b_i^{rf} \Delta f_{t-i}^k + \sum_{i=1}^q b_i^{rr} \Delta r_{t-i} + \varepsilon_{r,t}, \quad (5)\end{aligned}$$

On suppose que les résidus ($\varepsilon_{1,t}$ et $\varepsilon_{2,t}$) suivent un processus de bruit blanc. Cette forme du VECM établit une relation entre chacune des variations des taux d'intérêt à terme et au comptant (Δf_t^k et Δr_t), le terme de correction d'erreurs ($f_{t-1}^k - \beta r_{t-1} - \mu$) et les retards des changements de ces taux. Le terme de correction d'erreurs représente les propriétés d'équilibre à long terme de la relation entre les taux au comptant et à terme.

8. La mesure estimée de ϕ sera biaisée pour deux raisons. Premièrement, sous l'hypothèse que les taux à terme et comptant suivent des processus $I(1)$, $(f_t^k - r_t)$ sera stationnaire seulement si le vecteur de cointégration est $[1, -1]$. Deuxièmement, même si le vecteur de cointégration est $[1, -1]$, le système de correction d'erreurs à une équation fait implicitement l'hypothèse que le taux à terme est faiblement exogène (c'est-à-dire que le taux au comptant détermine le taux à terme). Dans l'hypothèse contraire, $[\lambda_r \neq 0$ dans l'équation (5)], l'estimation de ϕ à l'aide d'un système à une seule équation sera nécessairement biaisée.

Les retards des variations des taux d'intérêt influencent les propriétés à court terme de chacun des taux. Les coefficients à l'intérieur du terme de correction d'erreurs définissent le vecteur de cointégration, soit, dans la présente étude, les coordonnées $[1, -\beta]$. Les coefficients d'ajustement du terme de correction d'erreurs (λ_f et λ_r) mesurent l'ajustement, par période, des taux à terme et au comptant au déséquilibre de la période précédente.

La procédure que nous utilisons pour tester les contraintes nécessaires, mais non suffisantes, imposées par l'HASTI comporte deux étapes. La première consiste à déterminer la présence d'une relation de cointégration entre différents taux à terme et le taux au comptant. Dans la seconde étape, nous testons l'hypothèse nulle selon laquelle le vecteur de cointégration est celui dicté par l'HASTI, c'est-à-dire qu'il est égal à $[1, -1]$ dans le cas d'un système à deux taux d'intérêt ou, plus généralement, que la somme des coefficients de chacun des vecteurs de cointégration est égale à zéro dans les systèmes à plus de deux taux d'intérêt. Si ces deux contraintes nécessaires tiennent, on doit par la suite tester les conditions à court terme imposées par l'HASTI⁹.

Ce modèle de cointégration a été utilisé dans des études empiriques récentes pour tester la validité de l'HASTI. Ces études testent l'HASTI dans un système d'équations qui permet de mieux utiliser toute l'information relative aux relations à long et à court terme disponible sur chacune des variables. Les études empiriques testant les conditions de l'HASTI à l'aide de ce genre de modèle ont beaucoup tendance à appuyer davantage cette hypothèse que celles utilisant un modèle de régression à une équation. Cuthbertson (1996) et Rossi (1996) en sont des exemples. Ils trouvent en général des résultats appuyant l'HASTI au Royaume-Uni le long de la partie à court terme de la structure par échéance des taux. Engsted et Tanggaard (1994), Shea (1992) et Hall, Anderson et Granger (1992) sont des exemples d'articles où cette technique de cointégration sert à tester la validité de l'HASTI aux États-Unis. En général, ces études ne permettent pas de rejeter l'HASTI. Aucune étude n'a jusqu'à présent utilisé cette technique pour tester la validité de l'HASTI au Canada sur le segment à court terme de la structure des taux d'intérêt¹⁰.

Une fois le VECM estimé, la composante variable de la prime de terme peut être mesurée par le terme de correction d'erreurs ($f_t^k - \hat{\beta}r_t - \hat{\mu}$),

9. L'HASTI impose une troisième condition. À court terme, les erreurs de prévision *ex post* provenant des taux à terme doivent être de moyenne nulle, être indépendantes et avoir une distribution normale et identique. Nous ne testons pas cette condition, car nous trouvons dans la section 3 que les conditions à long terme de l'HASTI ne tiennent pas.

10. Côté et Fillion (1997) utilisent cette technique afin de tester la validité de l'HASTI au Canada dans des systèmes à deux taux d'intérêt, un taux court et un taux long. Leurs résultats, comme les nôtres, indiquent la fragilité de l'HASTI au Canada.

qui est égal à \hat{x}_t , la mesure de la composante variable, centrée sur zéro, de la prime de terme anticipée¹¹. La nouvelle mesure des anticipations de taux d'intérêt canadiens à trois mois que nous proposons dans cette étude est calculée de la façon suivante :

$$E_t[r_{t+k} - r_t] = f_t^k - r_t - \hat{\alpha} - \hat{x}_t, \quad (6)$$

où $E_t[r_{t+k} - r_t]$ est la variation du taux d'intérêt à trois mois anticipée et $\hat{\alpha}$, la prime de terme constante estimée¹².

Des résultats indiquant le rejet de l'HASTI sont généralement soit attribuables à une prime de terme variable dans le temps, soit à des erreurs d'anticipation systématiques, soit à une combinaison de ces deux éléments. Les erreurs d'anticipation sont définies comme ayant lieu durant des périodes où les investisseurs anticipent incorrectement l'évolution du taux au comptant, de sorte que celles qui sont non nulles ou systématiques paraissent irrationnelles lorsqu'elles sont analysées *ex post*.

En estimant la prime de terme variable dans le temps à l'aide de notre méthodologie, nous supposons implicitement que i) les anticipations sont rationnelles; ii) les taux à terme et au comptant sont tous deux déterminés par une tendance stochastique commune et iii) les variations quotidiennes des écarts entre les taux à terme et au comptant sont entièrement attribuables à des variations de la prime de terme¹³. Plus précisément, toute variation de l'écart entre les taux à terme et au comptant qui s'éloigne de la relation d'équilibre à long terme représentée par le terme de correction d'erreurs estimé ($f_t^k - \hat{\beta}r_t - \hat{\mu}$) est interprétée comme une variation de la prime de terme. Par conséquent, la prime de terme estimée à l'aide de l'approche du VECM est une bonne mesure de la vraie prime de terme dans les seuls cas où les variations de celle-ci sont la cause prédominante de celles des écarts entre les taux à terme et au comptant. L'Annexe 2 postule deux explications possibles pour un coefficient β du vecteur de cointégration différent de 1. Entre autres, β diverge de 1 lorsque les investisseurs sont surpris par une modification de la tendance commune du taux à terme et du taux au comptant.

11. Pour en savoir plus sur les hypothèses qui font que la composante variable dans le temps de la prime de terme est égale au vecteur de cointégration, voir l'Annexe 2.

12. La mesure de la prime de terme constante canadienne provient de l'estimation de α dans l'équation (4), sous la contrainte $\beta = 1$. Il est important de noter que $\hat{\alpha}$ n'est pas égal à $\hat{\mu}$, car $\hat{\mu}$ est une constante estimée de manière à forcer le terme de correction d'erreurs à avoir une valeur moyenne nulle.

13. Voir l'Annexe 2.

2 Les données

Notre analyse empirique est basée sur les taux de rendement quotidiens de clôture des acceptations bancaires canadiennes à trois mois (AB90) et des contrats à terme qui leurs sont associés, soit les accords de taux futurs ayant leur date de règlement dans un, deux, trois ou neuf mois ou plus (FRA 1x4, 2x5, 3x6, ... 9x12)¹⁴.

L'HASTI est testée sur différents systèmes de taux d'intérêt et sur la période allant du 9 août 1988 au 16 janvier 1998. Comme on peut le constater à la Figure 1, les taux d'intérêt canadiens à trois mois ont affiché une tendance générale à la baisse durant la période étudiée, sauf en 1989-1990, en 1994-1995 et en 1997-1998. Afin de mesurer la relation à long terme entre les taux au comptant et à terme de façon précise, il serait préférable de considérer une plage de données plus étendue couvrant plusieurs cycles de taux d'intérêt et plusieurs points d'inflexion. Cela permettrait aux paramètres estimés de refléter pleinement les caractéristiques chronologiques de la structure des taux. Cependant, les données des taux à terme canadiens ne sont disponibles qu'à partir de 1988. En utilisant un échantillon plus étendu (1982-1998) et des taux de bons du Trésor de diverses échéances, nous effectuons des tests à la section 4 pour évaluer la robustesse de nos résultats¹⁵.

En modélisant la prime de terme à l'aide d'une technique de cointégration, nous posons implicitement par hypothèse que les taux d'intérêt sont eux-mêmes non stationnaires. Afin de vérifier la validité de cette hypothèse, nous avons soumis les différents taux d'intérêt à des tests de racine unitaire. Le Tableau 1 présente les résultats des tests de Dickey-Fuller augmentés (DFA) et appliqués aux taux des acceptations bancaires (AB) et des FRA (1x4, 3x6, 6x9, 9x12). Le nombre de retards utilisés dans les tests DFA a été choisi d'après la méthode proposée par Campbell et Perron (1991). Cette méthode consiste à choisir un nombre élevé de retards de la variable dépendante et à tester chacun de ceux-ci en commençant par le plus élevé et en continuant jusqu'à ce que le dernier coefficient de retard soit significatif.

14. L'avantage des FRA sur les taux des contrats à terme boursiers est qu'ils permettent d'élaborer le modèle d'attentes des taux d'intérêt à partir de taux qui ont chaque jour des échéances de durée fixe (30, 60, ..., 270 jours) et qui sont observables sur les marchés financiers.

15. Les séries non interrompues de taux de bons du Trésor quotidiens ne sont disponibles qu'à partir de 1982.

Tableau 1**Tests de racine unitaire sur les taux des acceptations bancaires et des FRA (tests de Dickey Fuller augmentés (DFA))**

Séries	Forme	Retards (L)	Test de DFA Statistique <i>t</i>
AB	Niveau	21	0,028
	Différence première	21	-11,603**
FRA1x4	Niveau	21	0,013
	Différence première	21	-11,938**
FRA3x6	Niveau	21	0,018
	Différence première	21	-11,404**
FRA6x9	Niveau	21	0,021
	Différence première	21	-11,145**
FRA9x12	Niveau	21	0,037
	Différence première	21	-11,935**

Les données des FRA et des AB sont quotidiennes et couvrent la période du 9 août 1988 au 16 janvier 1998. Le nombre de retards est choisi d'après la procédure de Campbell et Perron (1991) avec un nombre de retards maximal de 21, correspondant à un mois d'observations quotidiennes.

** désigne le rejet de l'hypothèse nulle de racine unitaire au seuil de signification de 1 %.

Les résultats des tests de racine unitaire ne rejettent pas l'hypothèse que les séries de taux d'intérêt au comptant et à terme utilisées dans cette étude sont des variables $I(1)$ ¹⁶. Nous avons également effectué le test DFA sur les séries en différence première afin de déterminer si les taux d'intérêt peuvent être considérés $I(2)$. Les résultats rejettent l'hypothèse de racine unitaire. Aucune des séries ne peut donc être considérée $I(2)$. Ces résultats indiquent que les taux au comptant et à terme satisfont tous la condition permettant l'utilisation d'une technique de cointégration¹⁷.

3 Résultats empiriques

Dans le but de tester la validité des conditions à long terme de l'HASTI, nous analysons la relation de cointégration entre les taux d'intérêt formant la courbe à terme des acceptations bancaires canadiennes à trois mois. Dans la première partie de cette section, nous présentons les résultats des tests de cointégration et testons la validité des conditions

16. Il se pourrait cependant que les variations du taux d'inflation survenues au Canada entre 1990 et 1992 aient faussé le résultat des tests de racine unitaire de façon à ne pas rejeter l'hypothèse de non-stationnarité.

17. Nous tirons les mêmes conclusions pour les séries de FRA non présentées au Tableau 1.

imposées par l'HASTI sous l'hypothèse que les séries de taux d'intérêt au comptant et à terme sont non stationnaires. Dans la deuxième partie, nous estimons le vecteur de cointégration entre les différentes combinaisons de taux au comptant et de taux à terme afin d'estimer la composante variable de la prime de terme de chacune des échéances de la courbe de rendement. Cela nous permet de comparer la mesure des attentes du marché relatives aux taux d'intérêt canadiens obtenues à l'aide du VECM à celle basée sur l'HASTI, dans laquelle on fait intervenir une prime de terme constante. Dans la troisième partie, nous essayons de déterminer si la composante variable de la prime de terme peut être interprétée comme une prime de risque.

3.1 Validité des conditions imposées par l'HASTI

Nous utilisons la technique d'estimation par la méthode du maximum de vraisemblance d'un modèle vectoriel à correction d'erreurs élaboré par Johansen et Juselius (1990) pour tester les conditions imposées par l'HASTI¹⁸. Cette approche nous permet entre autres d'analyser des systèmes non stationnaires comportant plus de deux taux d'intérêt. L'HASTI implique que les taux d'intérêt dans de tels systèmes devraient suivre une tendance stochastique commune. Dans un système ayant p taux d'intérêt de différentes échéances, les conditions imposées par l'HASTI impliquent donc que nous devrions identifier $(p - 1)$ vecteurs de cointégration j . De plus, l'HASTI impose la contrainte que la somme des coefficients de cointégration rattachés aux p taux d'intérêt soit égale à zéro¹⁹. Pour tester les conditions de cointégration reliées à l'HASTI, nous utilisons la procédure statistique suivante. En premier lieu, nous déterminons le nombre de vecteurs de cointégration des systèmes à p taux d'intérêt. Puis, nous testons la restriction selon laquelle la somme des coefficients de chaque vecteur de cointégration doit être égale à zéro. Le rejet d'une de ces deux conditions indiquerait que l'HASTI ne tient pas.

Les Tableaux 2 et 3 présentent les résultats des tests de cointégration. Ils contiennent les résultats des tests relatifs au nombre de vecteurs de cointégration et à la restriction imposée à la somme des coefficients de chaque vecteur de cointégration. Nous étudions des systèmes à deux, trois, quatre et cinq taux d'intérêt. Le nombre de retards à inclure dans le VECM a été déterminé à l'aide de la technique de Sims (1980), qui utilise un

18. Pour en savoir plus sur la technique d'estimation de Johansen et Juselius (1990) ainsi que sur la forme détaillée du VECM, voir Hansen et Juselius (1994) et Paquet (1994).

19. Pour de plus amples renseignements sur les conditions imposées par l'HASTI à un système à plus de deux taux d'intérêt, voir Engsted et Tanggaard (1994).

Tableau 2

**Tests de cointégration sur des systèmes à deux taux d'intérêt
(Échantillon allant du 9 août 1988 au 16 janvier 1998)**

Combinaison	Nombre de retards ¹	Tests de cointégration (r) ²					Nombre de vecteurs de cointégration	λ_f (statistique t)	λ_r (statistique t)	Test de restriction sur le vecteur de cointégration ⁵
		H_0	Max-V ³	Trace	PGp ⁴					
AB-FRA1x4	19	$j = 0$	33,82*	35,92*	35,43*	1	-0,033 (-2,918)	0,021 (3,259)	0,000++	
		$j \leq 1$	2,10	2,10	2,08					
AB-FRA3x6	19	$j = 0$	29,56*	31,69*	31,28*	1	-0,013 (-3,007)	0,017 (3,210)	0,000++	
		$j \leq 1$	2,13	2,13	2,10					
AB-FRA6x9	19	$j = 0$	23,22*	25,23*	24,92*	1	-0,006 (-2,259)	0,010 (3,161)	0,000++	
		$j \leq 1$	2,01	2,01	1,99					
AB-FRA9x12	19	$j = 0$	19,75*	21,67*	21,41*	1	-0,004 (-2,008)	0,008 (3,185)	0,000++	
		$j \leq 1$	1,92	1,92	1,90					

1. Le nombre optimal de retards du VECM a été déterminé à l'aide de la procédure de Sims (1980), avec un nombre maximal de 21 retards.
 2. Les tests du nombre de vecteurs de cointégration utilisent les valeurs critiques du Tableau 1 dans Osterwald-Lenum (1992), où les auteurs supposent que le processus générateur de données est conçu avec une seule constante dans le vecteur de correction d'erreurs.
 3. Ces statistiques de la valeur propre maximale et la trace indiquée à la colonne suivante sont obtenues à l'aide des tests de cointégration proposés par Johansen et Juselius (1990).
 4. Statistique du test corrigé de Pitavakis-Gonzalo. Pour plus de précisions, voir Paquet (1994).
 5. La statistique présentée est la probabilité que la somme des coefficients du vecteur de cointégration est égale à zéro.
- * indique le rejet de l'hypothèse nulle au niveau critique de 10 %.
++ indique le rejet de l'hypothèse nulle au seuil de signification de 1 %.

Tableau 3

**Tests de cointégration sur des systèmes à trois, quatre et cinq taux d'intérêt
(Échantillon allant du 9 août 1988 au 16 janvier 1998)**

Combinaison	Nombre de retards ¹	Tests de cointégration (r) ²				Nombre de vecteurs	Test de restriction sur le vecteur de cointégration ⁵
		H_0	Max-V ³	Trace	PGp ⁴		
AB-FRA1x4– FRA3x6	19	$j \leq 1$ $j \leq 2$	28,25* 2,08	30,32* 2,08	29,69* 2,04	2	0,000 ⁺⁺
AB-FRA1x4– FRA6x9	19	$j \leq 1$ $j \leq 2$	16,25* 1,82	18,07* 1,82	17,71 1,79	2	0,002 ⁺⁺
AB-FRA1x4– FRA9x12	19	$j = 0$ $j \leq 1$	41,49* 13,48	56,73* 15,24	55,50* 14,95	1	S/O
AB-FRA3x6– FRA6x9	17	$j = 0$ $j \leq 1$	36,46* 12,82	51,12* 14,66	50,14* 14,41	1	S/O
AB-FRA3x6– FRA9x12	17	$j = 0$ $j \leq 1$	34,51* 11,33	47,72* 13,21	46,80* 12,98	1	S/O
AB-FRA6x9– FRA9x12	17	$j = 0$ $j \leq 1$	33,98* 11,80	47,74* 13,75	46,83* 13,52	1	S/O
AB-FRA1x4– FRA3x6-FRA6x9	21	$j \leq 1$ $j \leq 2$	39,08* 13,15	54,06* 14,98	52,32* 14,53	2	S/O
AB-FRA1x4– FRA3x6-FRA9x12	19	$j \leq 1$ $j \leq 2$	40,61* 11,71	54,21* 13,59	52,60* 13,22	2	S/O

(suite)

Tableau 3 (suite)

**Tests de cointégration sur des systèmes à trois, quatre et cinq taux d'intérêt
(Échantillon allant du 9 août 1988 au 16 janvier 1998)**

Combinaison	Nombre de retards ¹	Tests de cointégration (r) ²				Nombre de vecteurs	Test de restriction sur le vecteur de cointégration ⁵
		H_0	Max-V ³	Trace	PGp ⁴		
AB-FRA1x4– FRA6x9-FRA9x12	19	$j \leq 1$ $j \leq 2$	40,73* 12,22	54,79* 14,05	53,16* 13,67	2	S/O
AB-FRA3x6– FRA6x9-FRA9x12	17	$j \leq 1$ $j \leq 2$	35,33* 11,90	49,06* 13,74	47,77* 13,40	2	S/O
AB-FRA1x4-FRA3x6– FRA6x9-FRA9x12	18	$j \leq 2$ $j \leq 3$	35,33* 12,78	38,33* 14,59	37,33* 14,10	3	S/O

1. Le nombre optimal de retards du VECM a été déterminé à l'aide de la procédure de Sims (1980) avec un nombre maximal de 21 retards.
 2. Les tests du nombre de vecteurs de cointégration utilisent les valeurs critiques du Tableau 1 d'Osterweld-Lenum (1992), où les auteurs supposent que le processus générateur de données est conçu avec une seule constante dans le vecteur de correction d'erreurs.
 3. Ces statistiques de la valeur propre maximale et la trace indiquée à la colonne suivante sont obtenues à l'aide des tests de cointégration proposés par Johansen et Juselius (1990).
 4. Statistique du test corrigé de Pitavakis-Gonzalo. Pour plus de précisions, voir Paquet (1994).
 5. La statistique présentée est la probabilité que la somme des coefficients du vecteur de cointégration est égale à zéro.
- * indique le rejet de l'hypothèse nulle au niveau critique de 10 %.
 ++ indique le rejet de l'hypothèse nulle au seuil de signification de 1 %.
 S/O Lorsqu'on ne trouve pas le nombre de vecteurs de cointégration dicté par l'HASTI, les tests de l'hypothèse nulle, c.-à-d. que la somme des coefficients du vecteur de cointégration est égale à zéro, sont sans objet.

nombre maximal de 21 retards représentant un mois de données. Le nombre de retards permettant d'éliminer l'autocorrélation des résidus varie entre 14 et 19. Les résidus présentent toutefois des problèmes d'hétéroscédasticité de type ARCH et de non-normalité. Nous discutons de ces problèmes en détail plus loin dans cette section.

Les systèmes à deux taux d'intérêt combinant le taux des acceptations bancaires et un des taux FRA (Tableau 2) ont le nombre approprié de vecteurs de cointégration imposé par l'HASTI (un, dans ce cas). Ils satisfont donc la condition nécessaire à l'utilisation d'une technique de cointégration pour mesurer les primes de terme variables. Cependant, dans les systèmes à trois taux d'intérêt (haut du Tableau 3), on ne peut pas rejeter l'hypothèse que le nombre de vecteurs de cointégration est inférieur à deux. Il n'y aurait donc qu'un seul vecteur dans certains des modèles à trois variables. De même, l'hypothèse de deux vecteurs de cointégration ou moins n'est pas rejetée dans les systèmes à quatre taux d'intérêt et l'hypothèse de trois vecteurs ou moins n'est pas rejetée dans les systèmes à cinq taux (bas du Tableau 3). La première condition à long terme imposée par l'HASTI est donc rejetée dans les systèmes à plus de deux taux d'intérêt.

Dans la sixième colonne des Tableaux 2 et 3, on observe que l'hypothèse nulle, selon laquelle le coefficient β du vecteur de cointégration est unitaire, est rejetée à un seuil de signification de 1 % dans tous les systèmes de taux d'intérêt. Ces résultats montrent que la deuxième condition à long terme de l'HASTI ne tient pas. Il se pourrait, en supposant que l'élément qui détermine les taux d'intérêt soit l'inflation, que β ne soit pas égal à un au Canada sur cet échantillon si les investisseurs ont été lents à s'ajuster à la modification de la tendance des taux d'inflation canadiens annoncée durant une allocution du gouverneur de la Banque du Canada en 1988, puis par voie de communiqué de presse en février 1991²⁰.

Par ailleurs, les résultats des tests effectués sur les coefficients d'ajustement du terme de correction d'erreurs (λ_f et λ_r) sont présentés au Tableau 2. Ces résultats démontrent que l'on peut rejeter l'hypothèse nulle que les coefficients d'ajustement ont une valeur égale à zéro, ce qui implique le rejet de l'hypothèse que l'une ou l'autre des variables est faiblement exogène. Les méthodes d'estimation de la structure des taux utilisant une technique de cointégration à une équation présentent donc des lacunes, car elles supposent que le taux à terme est faiblement exogène, ce qui n'est pas le cas ($\lambda_r \neq 0$).

20. Voir l'Annexe 2 pour plus de précisions.

Tableau 4**Tests de diagnostic des résidus des VECM à deux taux d'intérêt**

Équations	Nombre de retards (L)	Autocorrélation Test LM ¹	ARCH Stat. χ^2 (L) ²	Normalité Test Bera-Jarque ³
FRA1x4	19	7,931	369,61**	5 951,79**
AB90			42,40**	5 898,48**
FRA3x6	19	5,032	282,99**	4 610,76**
AB90			49,76**	6 167,41**
FRA6x9	19	2,771	323,86**	1 996,34**
AB90			58,79**	6 615,05**
FRA9x12	19	1,798	255,31**	2 349,24**
AB90			63,60**	7 327,14**

1. Test multivarié du multiplicateur de Lagrange (LM) d'absence d'autocorrélation

2. Test chi-carré de l'absence de processus ARCH (L degrés de liberté)

3. Test chi-carré de Bera-Jarque de normalité (deux degrés de liberté)

** indique le rejet des tests au seuil de signification de 1 %.

Nous avons ensuite effectué des tests de diagnostic sur les résidus de chacune des équations de cointégration à deux taux d'intérêt²¹. Les résultats sont présentés au Tableau 4. Pour chacune des équations, les tests du multiplicateur de Lagrange (LM) montrent que l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation n'est pas rejetée. Les tests ARCH et de Bera-Jarque montrent cependant que les résidus de chacune des équations souffrent de problèmes d'hétéroscédasticité et de non-normalité. Les études de Lee et Tse (1996) et de Cheung et Lai (1993) montrent que les tests de cointégration de Johansen et Juselius résistent assez bien à la kurtose et aux effets ARCH présents dans les résidus. Toutefois, nous ne connaissons aucune étude qui analyse l'influence que peut avoir la non-normalité des résidus et de leurs effets ARCH sur les tests de l'hypothèse $\beta = 1$. Ces caractéristiques présentes dans les résidus pourraient fausser les résultats des tests d'hypothèses et influencer ainsi le rejet de la condition $\beta = 1$ imposée par l'HASTI.

Afin d'analyser l'influence que pourraient avoir les effets ARCH contenus dans les résidus des tests de l'hypothèse $\beta = 1$, nous avons réestimé les paramètres des VECM à deux taux d'intérêt en modélisant les résidus par un processus multivarié de type GARCH. Plus précisément, nous relâchons l'hypothèse que les éléments de la matrice variance-covariance des résidus sont constants et nous les modélisons à l'aide d'un processus qui

21. Les résultats des tests de diagnostics effectués sur les résidus des systèmes à trois et quatre taux ne sont pas présentés au Tableau 4, car ils conduisent aux mêmes conclusions que ceux des équations à deux taux d'intérêt.

dépend à la fois des éléments passés (variances et covariances) et des résidus passés. Nous utilisons la méthode d'estimation multivariée GARCH élaborée par Engle et Kroner (1995) et appelée BEKK par ces auteurs. De plus, dans l'estimation des VECM par la technique du maximum de vraisemblance, nous supposons que les résidus suivent une distribution t , afin de tenir compte de la non-normalité de ceux-ci²². Nous réestimons donc les paramètres des VECM à deux variables en permettant aux résidus de prendre la forme fonctionnelle hétéroscédastique GARCH. Nous trouvons que le paramètre β estimé est légèrement inférieur pour chacune des échéances. De plus, les valeurs p des tests de l'hypothèse nulle $\beta = 1$ sont encore plus petites que celles obtenues à partir des β issus de l'estimation VECM originale. Ces résultats ne font que renforcer le rejet de l'HASTI mis en évidence au Tableau 2²³.

3.2 Estimation de la nouvelle mesure des attentes de taux d'intérêt

Dans cette sous-section, nous estimons le vecteur de cointégration de chacune des combinaisons des taux au comptant et à terme (AB-FRA 1x4, AB-FRA 2x5, ... jusqu'à AB-FRA 9x12) afin d'estimer la composante variable de la prime de terme sur l'ensemble du court terme. Chaque vecteur de cointégration provient de l'estimation du VECM décrite dans la section précédente. La mesure variable de la prime de terme sert ensuite à calculer la nouvelle mesure (VECM) des taux d'intérêt attendus. Cette mesure des attentes de taux d'intérêt au Canada est ensuite comparée à celle basée sur l'HASTI, qui utilise des primes de terme constantes.

Comme nous l'avons vu au Tableau 2, aucune des combinaisons de taux au comptant et à terme ne se conforme au vecteur de cointégration dicté par l'HASTI, c'est-à-dire au vecteur $(1, -1)$. Cela implique que les taux à terme ne permettent pas d'effectuer des prévisions non biaisées des taux d'intérêt à trois mois sur une période étendue. Cette condition à long terme étant nécessaire à l'HASTI, son rejet implique que les prévisions quotidiennes de l'évolution des taux d'intérêt à trois mois canadiens faites à l'aide de ces taux à terme et sur la base de l'HASTI sont faussées à court terme. On notera également à la deuxième colonne du Tableau 5 que plus

22. Selon la littérature empirique, une distribution t semble bien tenir compte de la non-normalité observée dans les données à haute fréquence.

23. Les résultats détaillés des paramètres du vecteur de cointégration et des tests d'inférence $\beta = 1$ (provenant du VECM estimé en modélisant les résidus par un processus multivarié GARCH avec distribution t) sont disponibles auprès des auteurs.

Tableau 5
Propriétés chronologiques de la prime de terme variable

Combinaison	Vecteur de cointégration ¹ :	Variance	Asymétrie	Kurtosis	Autocorrélation
	$f_t - \hat{\beta}r_t - \hat{\mu} = \hat{x}_t$				(Valeur p du test de Ljung-Box) ²
AB-FRA1x4	$f_t - 0,962r_t - 0,324$	0,035	-0,134 +	3,847 +	0,000**
AB-FRA2x5	$f_t - 0,917r_t - 0,672$	0,102	0,536 +	1,223 +	0,000**
AB-FRA3x6	$f_t - 0,881r_t - 0,969$	0,172	0,674 +	0,833 +	0,000**
AB-FRA4x7	$f_t - 0,837r_t - 1,311$	0,242	0,785 +	0,613 +	0,000**
AB-FRA5x8	$f_t - 0,801r_t - 1,594$	0,302	0,815 +	0,700 +	0,000**
AB-FRA6x9	$f_t - 0,772r_t - 1,841$	0,342	0,888 +	0,573 +	0,000**
AB-FRA7x10	$f_t - 0,739r_t - 2,118$	0,393	0,913 +	0,532 +	0,000**
AB-FRA8x11	$f_t - 0,717r_t - 2,320$	0,429	0,934 +	0,548 +	0,000**
AB-FRA9x12	$f_t - 0,698r_t - 2,505$	0,450	0,877 +	0,338 +	0,000**

1. À noter ici que $\hat{\mu}$ n'est pas égal à $\hat{\alpha}$. Voir note de bas de page 12.

2. Valeurs p du test Ljung-Box de l'hypothèse d'absence d'autocorrélation (avec 21 retards).

** indique le rejet des hypothèses nulles au seuil de signification de 1 %.

+ indique le rejet des hypothèses nulles que l'asymétrie et le kurtosis sont égaux à zéro et trois respectivement (au seuil de signification de 1 %).

l'échéance des taux augmente, plus le paramètre du vecteur de cointégration s'éloigne de la valeur unitaire dictée par l'HASTI²⁴.

Les propriétés chronologiques de la composante variable de chaque prime de terme sont présentées au Tableau 5. Nous observons que la variance de la composante variable de la prime de terme augmente continuellement avec l'échéance. Durant la période de volatilité des taux d'intérêt, la compensation variable accordée aux investisseurs plaçant leur patrimoine dans des actifs à échéance plus lointaine semble donc augmenter avec l'échéance²⁵. Les tests d'autocorrélation de Ljung-Box montrent que la composante variable des primes de terme estimée est fortement autocorrélée. De plus, nous avons effectué des tests sur l'asymétrie et le kurtosis de chacune des primes de terme. Les résultats indiquent que l'asymétrie et le kurtosis des primes de terme diffèrent statistiquement de celles d'une série ayant une distribution normale. Nous observons aussi que l'asymétrie des séries est positive pour toutes les primes de terme, sauf pour l'échéance d'un mois.

Même s'il a été démontré que les prévisions des taux d'intérêt canadiens à trois mois faites à l'aide de taux à terme sur la base de l'HASTI sont biaisées, il est possible d'obtenir une mesure plus précise des taux d'intérêt attendus. Pour ce faire, nous utilisons la relation d'arbitrage de l'équation (2). Rappelons que dans cette relation aucune restriction n'est imposée aux caractéristiques chronologiques de la prime de terme. Afin d'obtenir une mesure des anticipations de l'évolution des taux d'intérêt à trois mois canadiens, nous utilisons l'équation (7).

Dans les prochains paragraphes, nous comparons notre mesure (VECM) des attentes du marché [équation (7)] à celle utilisant des primes de terme constantes. Cette dernière, fondée sur l'HASTI, est donnée par

$$E_t[r_{t+k}] = f_t^k - c,$$

où c est la prime de terme constante. Elle est obtenue par l'estimation de α dans l'équation univariée (4) sous la contrainte que le coefficient β est égal à un. Les résultats des estimations de cette prime constante montrent qu'elle augmente graduellement avec l'échéance du taux à terme, passant de 6 à 20 et de 58 à 100 points de base lorsque l'échéance augmente de 1 à 3

24. Cela est conforme à la première moitié de ce que les chercheurs appellent le « sourire de prévision ». Voir Roberds et Whiteman (1997) pour plus de renseignements sur ce concept.

25. Il est à noter qu'il est ici seulement question d'une augmentation liée à l'échéance de la composante variable de la prime de terme, pas de la composante constante.

et de 6 à 9 mois respectivement²⁶. Nous comparons la mesure des anticipations de taux d'intérêt majorés d'une prime constante à la mesure VECM, qui incorpore la composante variable de la prime de terme. Cette dernière est calculée comme suit :

$$E_t[r_{t+k}] = f_t^k - c - \hat{x}_t. \quad (7)$$

Par exemple, pour obtenir la mesure anticipée du taux des acceptations bancaires à 90 jours dans 3 mois à l'aide d'une mesure à prime de terme constante, on soustrait 20 points de base (la composante constante de la prime de terme) du taux FRA 3x6 à une certaine date. Dans notre mesure VECM des attentes, nous soustrayons de celle utilisée plus haut la composante variable de la prime de terme \hat{x}_t , c'est-à-dire, comme il est indiqué au Tableau 5, $(FRA3x6_t - 0.881*AB90_t - 0.969)$.

Aux Figures 1 et 2, nous comparons les mesures des attentes de taux d'intérêt à trois mois, dans trois et neuf mois²⁷. La ligne continue est la mesure des anticipations ajustée en fonction de la prime de terme variable (mesure VECM), alors que celle utilisant une prime de terme constante est en pointillé. Les variations de la composante variable des primes de terme sont expliquées au bas des Figures 1 et 2. La composante variable de la prime de terme est négative à certaines périodes. La divergence entre les deux mesures des anticipations augmente durant les périodes de plus grande volatilité ou de modification de la tendance des taux d'intérêt à trois mois. En effet, nous observons à la Figure 1 que, durant les périodes de grande volatilité des taux, la composante variable de la prime de terme devient fortement positive ou négative²⁸.

Durant la crise mexicaine de 1994, par exemple, les taux d'intérêt à trois mois canadiens ont monté subitement et ils sont demeurés volatils jusqu'en 1995. La composante variable de la prime de terme pour l'échéance de trois mois (Figure 1) a réagi en augmentant considérablement

26. Pour fins de comparaison, cette même prime de terme constante aux États-Unis atteint 47 points de base pour une échéance de neuf mois. Les primes constantes américaines augmentent moins rapidement avec l'échéance que leur contreparties canadiennes.

27. Par souci de concision, nous présentons seulement la comparaison des deux mesures des anticipations de taux d'intérêt au comptant, soit pour les échéances de trois et de neuf mois. La divergence des deux mesures (c'est-à-dire, l'évolution de la composante variable de la prime de terme) se comporte essentiellement de la même manière pour les autres échéances. On note cependant que la composante variable de la prime de terme s'amplifie avec l'échéance du taux à terme.

28. Lorsque les taux d'intérêt baissent soudainement, la composante variable estimée de la prime de terme a tendance à devenir négative, alors qu'elle devient souvent positive lorsque les taux à trois mois augmentent brusquement.

Figure 1

Comparaison des attentes — Modèle à prime constante et VECM
(Échantillon allant du 9 août 1988 au 16 janvier 1998 — FRA 3x6)

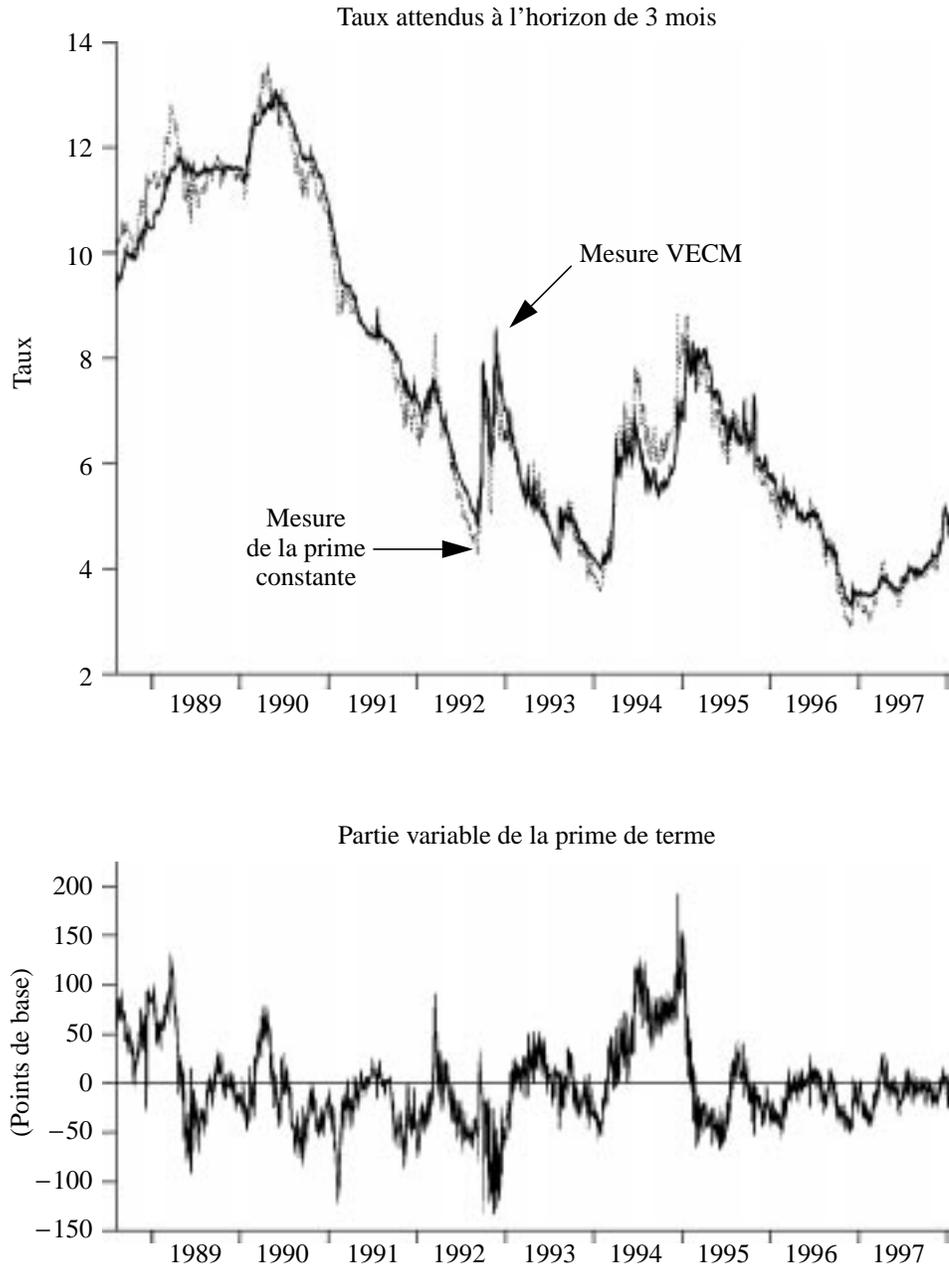
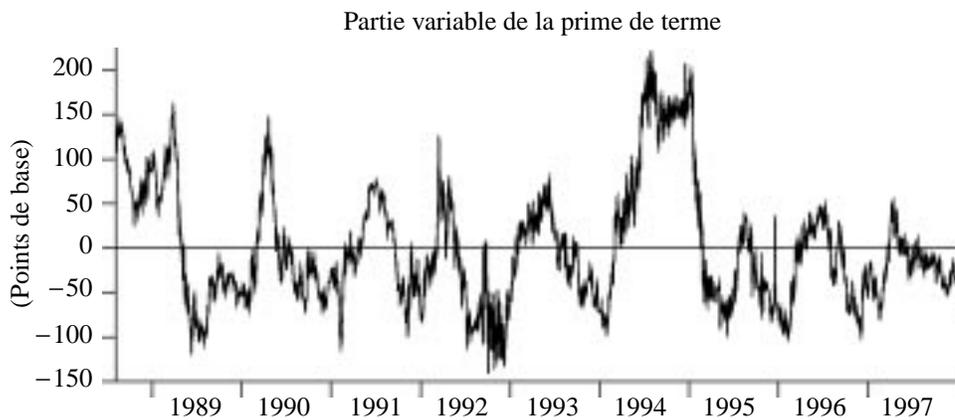
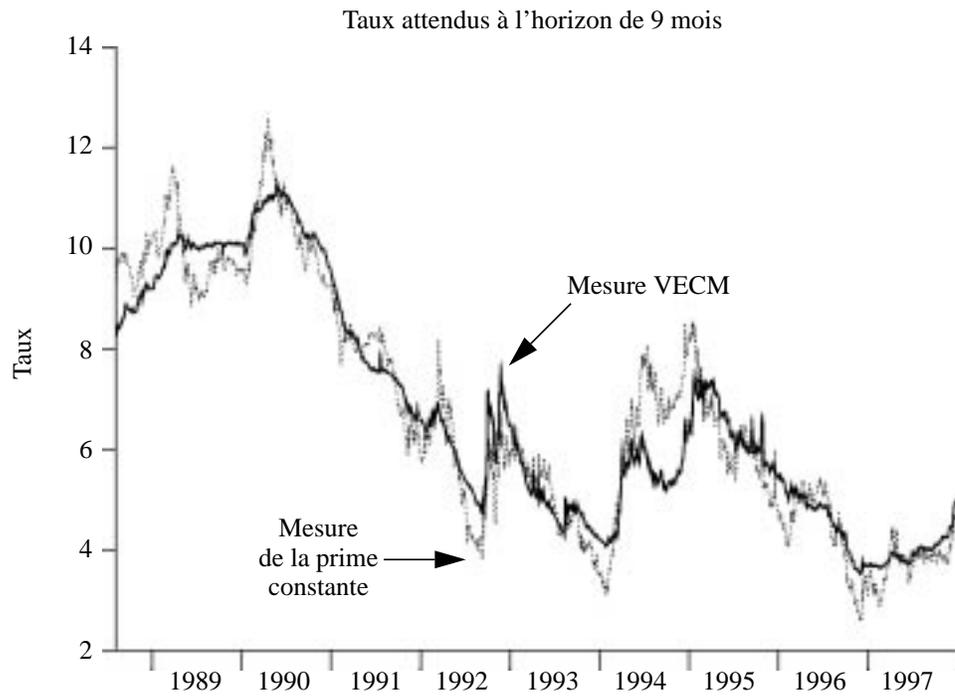


Figure 2

Comparaison des attentes — Modèle à prime constante et VECM
(Échantillon allant du 9 août 1988 au 16 janvier 1998 — FRA 9x12)



à l'été 1994 pour dépasser les 100 points de base. Elle est restée élevée pendant la majeure partie de 1994, ce qui a fait baisser sensiblement la mesure VECM des attentes par rapport à celle basée sur une prime de terme fixe dans le temps. Puis, sous l'influence de divers facteurs, dont l'assainissement des finances publiques canadiennes et certains changements économiques, l'instabilité des taux d'intérêt s'est atténuée. La composante variable de la prime de terme des taux attendus à l'horizon de trois mois est alors retournée à zéro, sa valeur de long terme. En effet, entre le début de 1995 et 1998, la partie variable de la prime s'est stabilisée, se maintenant toujours aux alentours de 50 points de base pour l'échéance de 3 mois (Figure 1) et de 85 points de base pour celle de 9 mois (Figure 2). Conséquemment, depuis le début de 1995, la mesure VECM des attentes est presque identique à celle basée sur une prime de terme constante. Pendant les périodes de stabilité des taux d'intérêt, la mesure VECM se rapproche de la mesure des anticipations basée sur l'HASTI²⁹.

Aux Figures 3 et 4, nous comparons, pour certaines dates, la mesure des anticipations basée sur la prime de terme constante à la mesure VECM. À la Figure 3, nous présentons les taux des FRA pour des horizons allant de un à neuf mois et les deux structures de taux d'acceptations bancaires anticipés qui en découlent au 14 décembre 1994 et au 15 mars 1995. Deux événements ont marqué l'évolution des taux d'intérêt au Canada entre ces deux dates, soit la crise du peso mexicain et la diminution, par les agences nationales et internationales d'évaluation des cotes de crédit, de la cote des titres de dette du gouvernement fédéral libellés en devises étrangères. Au 14 décembre 1994, pendant que ces deux événements perturbent les marchés financiers, les deux mesures des anticipations divergent fortement. La composante variable de la prime de terme s'agrandit fortement et contrebalance la structure à pente très positive des taux des FRA. La structure des taux anticipés établie selon le VECM demeure donc à pente négative, alors que celle basée sur les primes constantes prend une pente très positive. Au 15 mars 1995, les deux chocs subis par l'économie canadienne

29. L'objectif de la présente étude est de mesurer de façon précise les attentes du marché quant à l'évolution future des taux d'intérêt à trois mois canadiens. Il serait donc utile de comparer la mesure des anticipations VECM aux attentes recueillies auprès des opérateurs du marché. Malheureusement, on ne dispose pas au Canada de sondages permettant de suivre l'évolution moyenne des taux à trois mois anticipée par les opérateurs. Cependant, à partir de janvier 1996, les attentes des institutions financières canadiennes au sujet des taux des bons du Trésor à trois mois dans quatre et treize mois sont disponibles dans la publication mensuelle *Consensus Forecasts*. Ces attentes sont illustrées à la Figure 4.

Figure 3

**Évolution anticipée des taux des acceptations bancaires
(Ensemble des horizons des attentes : 1 à 9 mois)**

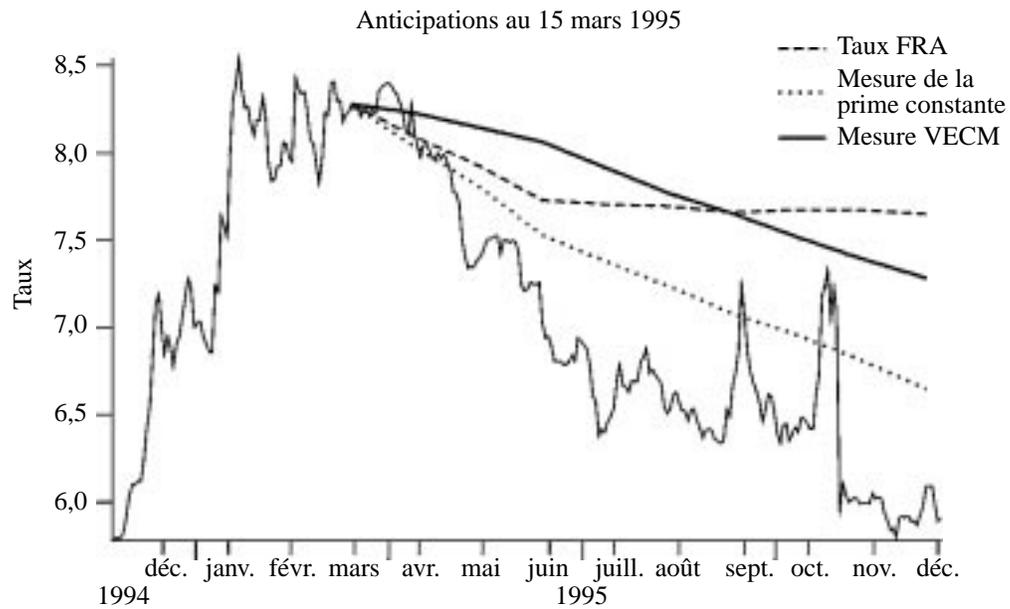
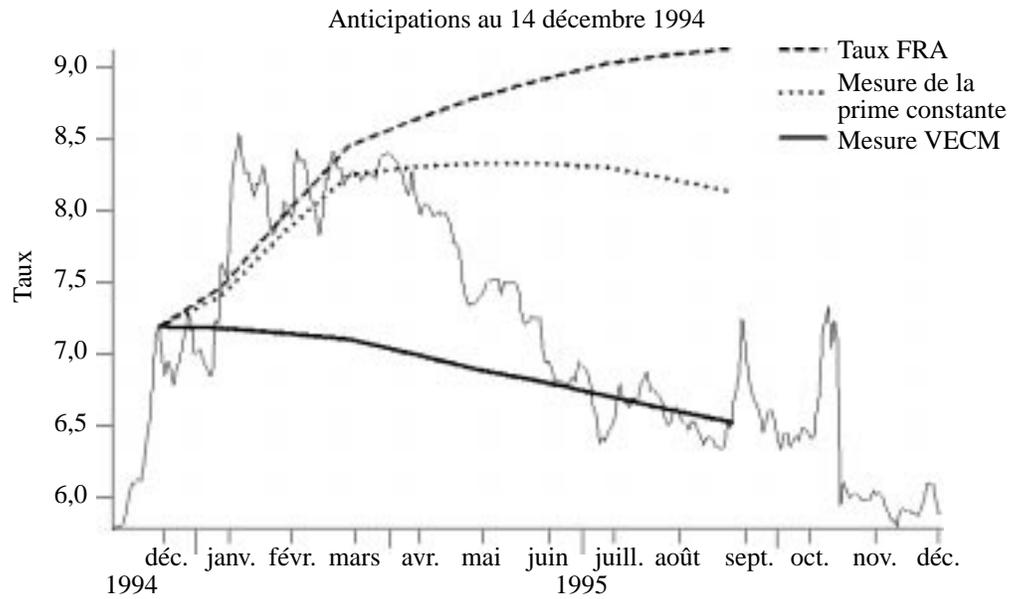
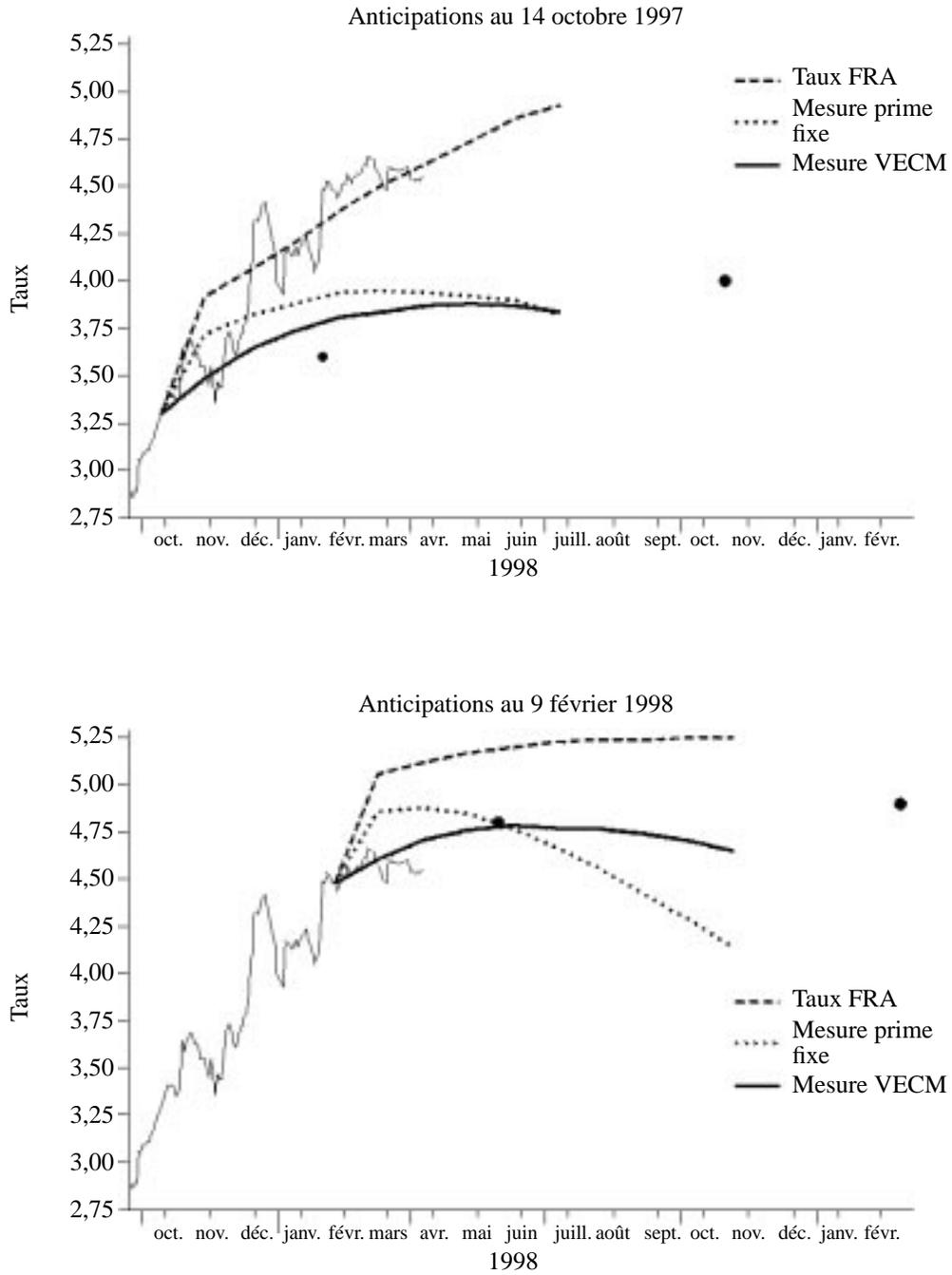


Figure 4

**Évolution anticipée des bons du Trésor à 90 jours
(Ensemble des horizons des attentes : 1 à 9 mois)**



- Attentes de taux de bons du Trésor à trois mois dans quatre et treize mois établies par sondage

sont absorbés par les marchés financiers, tandis que les taux anticipés selon les deux mesures redeviennent très semblables.

À la Figure 4, nous comparons les deux structures des taux de bons du Trésor à trois mois anticipés au 14 octobre 1997 et au 9 février 1998. Ces dates ont été choisies parce qu'elles correspondent, d'une part, au début et à la fin présumée de la crise asiatique, et, d'autre part, aux dates précises où ont été recueillies les attentes des institutions financières canadiennes au sujet des taux de bons du Trésor à trois mois dans quatre et douze mois. Au 14 octobre 1997, les deux mesures des anticipations présentent des structures de taux anticipés assez semblables. La mesure VECM est celle qui semble la plus proche du consensus au sujet des attentes déterminées par voie de sondage (représenté par un point). Au 9 février 1998, soit à la suite d'une période de volatilité accrue des taux d'intérêt canadiens attribuable en partie aux effets de la crise asiatique, les structures de taux anticipés divergent fortement d'une mesure à l'autre. La mesure des anticipations VECM indique une hausse des taux d'intérêt durant les quatre prochains mois, puis une stabilité des taux. De son côté, la mesure basée sur une prime de terme constante indique une hausse prononcée des taux jusqu'au mois d'avril, puis une baisse. Les divergences entre les deux mesures des anticipations des taux d'intérêt semblent donc liées à la volatilité des taux d'intérêt. Au 9 février 1998, la mesure VECM semble beaucoup plus conforme au consensus qui s'est dégagé du sondage effectué sur les taux d'intérêt anticipés par les marchés. Tout comme la mesure VECM, l'attente consensuelle indique une stabilité des taux.

3.3 La prime de terme est-elle une mesure du risque?

Il existe une abondante littérature qui suppose que la prime de terme est variable dans le temps et représente une mesure du risque³⁰. Lancé par Engle, Lilien et Robins (1987), ce type de recherche modélise la prime de terme dans un modèle GARCH-M où le niveau de la prime de terme est une fonction linéaire de sa propre variance conditionnelle variable dans le temps et qui sert de mesure du risque sous-jacent associé à l'actif³¹. Ces études trouvent régulièrement une relation statistiquement positive entre la prime

30. Précisément, la littérature modélise les caractéristiques chronologiques des rendements excédentaires, qui équivalent à la prime de terme anticipée (d'après Ilmanen, 1996). La variance conditionnelle des rendements excédentaires est une bonne mesure de la volatilité de l'actif sous-jacent, car ils sont une fonction linéaire du rendement de l'actif en question.

31. Dans ces modèles GARCH-M, on fait l'hypothèse que la variance est conditionnellement hétéroscédastique et autorégressive. Engle, Ng et Rothschild (1990), Engle et Ng (1993) et Lee (1995) sont d'autres études où la prime de terme variable a été modélisée à l'aide d'un modèle GARCH-M.

Tableau 6**Estimation du modèle GARCH (1,1)**

$$\text{Modèle : } \hat{x}_t = \alpha + \gamma h_t^{1/2} + \varepsilon_t$$

$$h_t = a + b h_{t-1} + c \varepsilon_{t-1}^2$$

	α	γ	a	b	c
TP1x4*	-0,0277 (-11,654)	- 0,0147 (- 0,484)	0,0003 (4,479)	0,5450 (22,946)	0,5334 (12,290)
TP3x6	-0,1742 (-17,530)	0,1146 (3,6616)	0,0019 (5,974)	0,3847 (11,979)	0,6424 (14,727)
TP6x9	-0,3770 (-26,072)	0,3304 (10,809)	0,0048 (8,564)	0,2207 (6,315)	0,7781 (16,564)
TP9x12	-0,4933 (-46,963)	0,4849 (18,298)	0,0039 (5,699)	0,3584 (8,790)	0,6377 (13,739)

Nota : \hat{x}_t est la composante variable estimée, centrée sur zéro, de la prime de terme.

Les statistiques du test de Student sont présentées entre parenthèses.

* indique qu'une distribution t a été utilisée pour estimer les paramètres.

de terme et sa volatilité conditionnelle. Si notre mesure de la prime de terme correspond en partie à une prime de risque, l'estimation de la composante variable estimée de la prime de terme \hat{x}_t devrait avoir une dépendance significativement positive à l'égard de sa propre volatilité conditionnelle.

Les résultats des modèles GARCH-M(1,1) de la prime de terme sont présentés au Tableau 6³². Sauf pour l'horizon d'un mois, nous constatons qu'il existe une relation positive et significative ($\gamma > 0$) entre chaque prime de terme variable estimée et sa volatilité conditionnelle h_t . De plus, la volatilité conditionnelle dépend elle-même non seulement du carré de la variable représentant les événements passés ($c > 0$), mais aussi de la volatilité conditionnelle passée (b est fortement significatif). Ces résultats indiquent que les propriétés chronologiques de la prime de terme variable estimée semblent conformes à celles obtenues dans la littérature, où l'on suppose que la prime de terme est une mesure de risque. De plus, une volatilité élevée aujourd'hui indique que la prime de terme à l'avenir sera également élevée, car la variation de la volatilité dans le temps persiste. Ces résultats étayent les observations faites à la section 3.2, selon lesquelles la prime de terme estimée à l'aide du VECM a tendance à augmenter en période de volatilité élevée des taux d'intérêt.

32. Dans un GARCH-M, le niveau de la variable estimée, \hat{x}_t , dépend de sa propre variance, elle-même modélisée par un processus GARCH.

4 Robustesse des résultats du VECM

Comme il a été mentionné précédemment, notre échantillon de données peut paraître relativement court lorsqu'on considère que l'estimation de la relation de cointégration requiert le plus souvent une période étendue. Afin de nous assurer de la robustesse de nos résultats, nous analysons dans cette section la validité des conditions nécessaires à l'HASTI sur différents échantillons; nous utilisons à cette fin la technique de cointégration exposée à la section 3.

Premièrement, pour nous assurer que le rejet des conditions nécessaires à l'HASTI présentés à la section 3.1 n'est pas attribuable aux caractéristiques des FRA et des acceptations bancaires sur l'échantillon utilisé, nous testons l'HASTI sur des systèmes à trois, quatre et cinq taux de bons du Trésor. Les résultats des estimations effectuées sur l'échantillon débutant le 7 janvier 1982 et se terminant le 16 janvier 1998 ainsi que sur celui couvrant la période 1988-1998 sont présentés au Tableau A1.1, en annexe. Nous trouvons que tous les systèmes à taux des bons du Trésor ont le nombre de vecteurs de cointégration dicté par l'HASTI, et ce, même sur l'échantillon 1988-1998. Le rejet de cette dernière condition dans certains des systèmes à trois, quatre et cinq taux d'acceptations bancaires et de FRA mentionné à la section 3.1 serait donc une caractéristique de la relation entre ces taux d'intérêt. On notera également que l'hypothèse nulle voulant que la somme des coefficients du vecteur de cointégration soit égale à zéro est rejetée à un seuil de signification de 1 % dans tous les systèmes, sauf un, sur l'échantillon 1988-1998 et dans onze des seize systèmes utilisés sur l'échantillon 1982-1998. La deuxième condition à long terme imposée par l'HASTI est en général rejetée.

Les résultats du Tableau A1.1 indiquent que l'HASTI ne tient pas au Canada lorsqu'elle est évaluée sur une période étendue (1982-1998) dans des systèmes à trois, quatre et cinq taux d'intérêt. Afin de tester la validité de l'HASTI dans des systèmes à deux taux d'intérêt, nous estimons le vecteur de cointégration entre le taux des bons du Trésor à 90 jours et un taux à terme (TAT) 3x6 implicite. Ce TAT est extrait des taux des bons du Trésor à 90 et 180 jours sur les échantillons 1979-1998, 1988-1992 et 1991-1998³³. Les résultats sont présentés au Tableau A1.2, en annexe. Nous trouvons le

33. On peut calculer à l'aide des taux au comptant des bons du Trésor à 3 et 6 mois (91 et 182 jours) (ceux-ci étant disponibles à partir de janvier 1979) un taux à terme implicite 3x6 (91x181). L'équation d'arbitrage utilisée s'écrit comme suit :

$$\left[(1 + TB_{91 \text{ jrs}}) \left(\frac{91}{365} \right) \right] [(1 + TATI_{3x6})] = \left[(1 + TB_{181 \text{ jrs}}) \left(\frac{181}{365} \right) \right].$$

Le TAT implicite 3x6 est cependant le seul taux que l'on puisse calculer à partir des échéances de bons du Trésor disponibles et qui soit comparable à ceux des FRA.

nombre de vecteurs de cointégration dicté par l'HASTI sur tous les échantillons. Cependant, nous observons que l'hypothèse nulle, selon laquelle la somme des coefficients du vecteur de cointégration est égale à zéro, est rejetée pour tous les échantillons, sauf pour la plus récente période (1991-1998). L'HASTI, lorsqu'elle est analysée sur une période étendue, ne tient pas.

L'HASTI stipule que les différents taux d'intérêt sont influencés par une composante stochastique commune. Dans la littérature, on suppose généralement que cette composante commune est reliée à l'inflation³⁴. Le 26 février 1991, la Banque du Canada et le ministère des Finances ont conjointement défini la stabilité des prix comme un taux d'inflation inférieur à 2 %. Pour atteindre leur objectif, ils ont défini des fourchettes amenant progressivement le taux d'inflation à 2 %. Un changement de direction des taux d'intérêt a également eu lieu en mai 1990. Par la suite, les taux d'intérêt canadiens à trois mois ont affiché une tendance baissière sur l'ensemble de l'échantillon 1988-1998. Il est raisonnable de penser que le comportement de la structure de taux d'intérêt est difficile à prédire quand un changement de régime est en train de s'opérer. De fait, Paquette et Stréliski (1998) trouvent, à l'aide de la technique de régression à une équation, que lorsqu'on fait abstraction des données de la première année (août 1988 à juillet 1989), l'échantillon 1988-1997 supporte l'HASTI. Pour ces raisons, nous avons réestimé les combinaisons des taux des acceptations bancaires et des FRA sur la période comprise entre le 2 janvier 1991 et le 16 janvier 1998. Les résultats sont présentés en annexe au Tableau A1.3. On ne peut rejeter l'hypothèse qu'il y a un vecteur de cointégration pour chacune des combinaisons. Le Tableau A1.3 illustre cependant une différence marquée par rapport aux résultats obtenus sur l'échantillon complet des FRA (1988-1998). On ne peut rejeter dans aucun cas l'hypothèse que la somme des coefficients du vecteur de cointégration est égale à zéro. Il semblerait donc que les deux conditions à long terme de l'HASTI tiennent lorsque les taux d'intérêt n'affichent pas de changement de tendance et que les attentes inflationnistes sont plus homogènes (1991-1998).

Conclusion

L'objectif central de la présente étude était d'obtenir une mesure précise des attentes du marché quant à l'évolution future des taux d'intérêt à trois mois canadiens. Selon l'HASTI, chaque taux à long terme représente

34. Voir par exemple Engsted et Tanggaard (1994). Ces auteurs se basent sur l'hypothèse de Fisher pour postuler que le taux d'inflation est la tendance permanente qui détermine la structure des taux d'intérêt nominaux.

une moyenne des taux à court terme anticipés par les marchés financiers sur l'horizon du titre à long terme retenu, plus une prime de terme constante. L'HASTI offre donc un cadre d'analyse pratique pour obtenir, à partir de la structure des taux d'intérêt, une estimation moyenne de l'évolution du taux à court terme anticipée par les marchés.

Dans le but de tester la validité des conditions nécessaires imposées par l'HASTI au Canada, nous utilisons les taux quotidiens des acceptations bancaires à 90 jours et des accords de taux futurs canadiens (FRA) de 1 à 9 mois. L'analyse est effectuée à l'aide d'une technique de cointégration. L'utilisation d'un modèle vectoriel à correction d'erreurs permet de tester les conditions à long terme imposées par l'HASTI dans des systèmes à deux, trois, quatre et cinq taux d'intérêt. Nous trouvons que, dans un environnement où l'on suppose que les taux d'intérêt sont non stationnaires, l'HASTI est rejetée au Canada. Les tests d'analyse de sensibilité effectués à l'aide de données des taux des bons du Trésor sur des périodes plus longues (de 1979 à 1998 et de 1982 à 1998) confirment cette conclusion. Une estimation moyenne de l'évolution du taux à court terme anticipée par les marchés financiers uniquement sur la base des primes de terme constantes est donc biaisée. Nous trouvons cependant que l'HASTI n'est pas rejetée au Canada lorsqu'elle est évaluée sur une période où les taux d'intérêt à trois mois n'affichent pas de changement de tendance et que les attentes inflationnistes sont homogènes.

La fragilité de l'HASTI est peut-être en partie attribuable à la variabilité de la prime de terme. En principe, une mesure quotidienne de la composante variable de la prime de terme dans le temps devrait permettre de mieux quantifier statistiquement les attentes du marché. Nous utilisons donc une relation d'équilibre entre les taux au comptant et à terme, laquelle suppose l'existence d'une prime de terme variable dans le temps, et nous l'appliquons aux taux des FRA et des acceptations bancaires à 90 jours. Cette relation d'équilibre est plus générale que l'HASTI, qui en est un cas particulier. Afin d'obtenir une mesure précise de la composante variable de la prime de terme associée à différentes échéances, nous estimons un modèle vectoriel à correction d'erreurs et à équations multiples (VECM). En effet, cette technique permet d'établir une mesure variable, mais stationnaire, de la prime de terme. La mesure des anticipations de taux d'intérêt à trois mois que nous proposons résulte d'un ajustement de la mesure des anticipations basée sur une prime de terme constante, à laquelle nous avons ajouté une composante variable.

Nous trouvons que la divergence entre la mesure VECM des attentes de taux d'intérêt et celle basée sur une prime de terme fixe dans le temps augmente en période de volatilité prononcée des taux d'intérêt. En période de stabilité des taux d'intérêt, la mesure VECM semble revenir à la mesure

des anticipations basée sur un cas particulier de la relation d'équilibre utilisée, l'HASTI. À l'aide de l'approche GARCH-M, nous démontrons qu'il existe une relation positive entre la prime de terme variable et la volatilité des taux d'intérêt. La prime de terme variable peut, dans la plupart des cas, être perçue comme une prime de risque qui augmente pendant les périodes de volatilité croissante des taux d'intérêt.

Il serait intéressant d'approfondir cette analyse de la composante variable estimée de la prime de terme dans un modèle GARCH-M multivarié. D'autres variables d'état économiques pourraient être ajoutées à celle de la volatilité conditionnelle des taux d'intérêt en tant que variables explicatives. Par exemple, la volatilité du taux de change et l'écart de production par rapport au potentiel pourraient aider à expliquer la composante variable estimée de la prime de terme.

Dans la présente étude, nous avons fait implicitement l'hypothèse que toute variation de l'écart entre les taux à terme et au comptant qui s'éloigne de la relation d'équilibre à long terme estimée est interprétée comme une variation de la prime de terme. Nous admettons que cette hypothèse est discutable, de sorte qu'il serait intéressant d'étudier l'option consistant à attribuer une proportion Θ (pouvant varier) des variations de cet écart à la prime de terme variable et $(1 - \Theta)$ au changement de taux d'intérêt anticipé. Nous croyons également qu'il y a lieu d'étudier la possibilité d'utiliser la technique du filtre de Kalman pour estimer une prime de terme variable dans le temps, car cette technique offre l'avantage d'estimer une relation d'équilibre encore plus générale que celle obtenue avec un VECM.

Annexe 1

Tableau A1.1

Tests de cointégration sur des systèmes comportant trois, quatre et cinq taux de bons du Trésor

Systèmes de taux d'intérêt	Du 1 ^{er} juillet 1982 au 16 janvier 1998						Du 9 août 1988 au 16 janvier 1998				
	H_0	Nombre de retards ^φ	Max-V ¹	Trace	PGp ²	Risque de 1 ^{re} espèce de	Nombre de retards ^φ	Max-V ¹	Trace	PGp ²	Risque de 1 ^{re} espèce de
						$H_0 \sum_{i=1}^p \beta_i = 1$					$H_0 \sum_{i=1}^p \beta_i = 1$
B.Tr.30-60-90	$r \leq 1$	21	73,37*	78,25*	76,99*	0,0858	21	40,51*	42,59*	41,56*	0,0979
	$r \leq 2$		4,88	4,88	4,82			2,08	2,08	2,04	
B.Tr.30-60-180	$r \leq 1$	21	49,43*	54,92*	54,12*	0,0663	21	34,34*	36,34*	35,49*	0,0005
	$r \leq 2$		5,49	5,49	5,43			2,00	2,00	1,96	
B.Tr.30-60-360	$r \leq 1$	21	33,14*	38,80*	38,27*	0,0232	21	21,83*	23,64*	23,11*	0,0018
	$r \leq 2$		5,66	5,66	5,59			1,80	1,80	1,77	
B.Tr.30-90-180	$r \leq 1$	21	38,34*	43,95*	43,34*	0,0614	21	30,57*	32,57*	31,82*	0,0000
	$r \leq 2$		5,62	5,62	5,55			2,00	2,00	1,96	
B.Tr.30-90-360	$r \leq 1$	21	30,28*	35,75*	35,27*	0,0170	21	18,73*	20,59*	20,14*	0,0007
	$r \leq 2$		5,47	5,47	5,40			1,86	1,86	1,82	
B.Tr.60-90-360	$r \leq 1$	21	30,95*	36,40*	35,90*	0,0120	21	19,86*	21,79*	21,31*	0,0000
	$r \leq 2$		5,44	5,44	5,38			1,94	1,94	1,90	
B.Tr.60-180-360	$r \leq 1$	21	33,31*	38,49*	37,97*	0,0006	20	17,67*	19,48*	19,07*	0,0044
	$r \leq 2$		5,18	5,18	5,12			1,81	1,81	1,78	
B.Tr.90-180-360	$r \leq 1$	20	33,56*	38,91*	38,40*	0,0003	19	16,17*	18,02*	17,66	0,0086
	$r \leq 2$		5,35	5,35	5,29			1,85	1,85	1,82	
B.Tr.30-60-90-180	$r \leq 2$	21	38,22*	43,71*	42,88*	0,0608	21	31,41*	33,45*	32,38*	0,0000
	$r \leq 3$		5,49	5,49	5,40			2,04	2,04	1,98	

(à suivre)

Tableau A1.1 (suite)

Tests de cointégration sur des systèmes comportant trois, quatre et cinq taux de bons du Trésor

Systèmes de taux d'intérêt	Du 1 ^{er} juillet 1982 au 16 janvier 1998						Du 9 août 1988 au 16 janvier 1998				
	H_0	Nombre de retards ^φ	Risque de 1 ^{re} espèce de				Nombre de retards ^φ	Risque de 1 ^{re} espèce de			
			Max-V ¹	Trace	PGp ²	$H_0 \sum_{i=1}^p \beta_i = 1$		Max-V ¹	Trace	PGp ²	$H_0 \sum_{i=1}^p \beta_i = 1$
B.Tr.30-60-90-360	$r \leq 2$ $r \leq 3$	21	30,24* 5,40	35,65* 5,40	34,98* 5,31	0,0103	21	19,05* 1,90	20,95* 1,90	20,31* 1,85	0,0002
B.Tr.30-60-180-360	$r \leq 2$ $r \leq 3$	21	32,14* 5,19	37,32* 5,19	36,63* 5,09	0,0001	20	17,91* 1,79	19,70* 1,79	19,12* 1,74	0,0099
B.Tr.30-90-180-360	$r \leq 2$ $r \leq 3$	21	31,07* 5,22	36,29* 5,22	35,61* 5,13	0,0001	21	17,33* 1,91	19,24* 1,91*	18,65* 1,85	0,0009
B.Tr.60-90-180-360	$r \leq 2$ $r \leq 3$	21	31,59* 5,27	36,86* 5,27	36,17* 5,18	0,0003	21	17,06* 1,95	19,01* 1,95	18,42* 1,89	0,0000
B.Tr.30-60-90-180-360	$r \leq 3$ $r \leq 4$	18	38,22* 5,14	43,71* 5,14	42,88* 5,04	0,0003	18	31,41* 1,94	33,45* 1,94	32,38* 1,87	0,0000

1. Ces statistiques de la valeur propre maximale et la trace indiquée à la colonne suivante sont obtenues à l'aide des tests de cointégration proposés par Johansen et Juselius (1990).

2. Statistique du test corrigé de Pitavakis-Gonzalo. Pour plus de précisions, voir Paquet (1994).

* indique le rejet de l'hypothèse nulle au niveau critique de 10 %. Les valeurs critiques sont tirées du Tableau 1 d'Osterwald-Lenum (1992), qui suppose que le processus générateur de données est conçu avec une seule constante dans le vecteur de correction d'erreurs.

φ Le nombre optimal de retards a été déterminé à l'aide de la procédure de Sims (1980).

Tableau A1.2

Tests de cointégration canadiens entre les bons du Trésor à 90 jours et le taux à terme (TAT) (Échantillon allant du 8 janvier 1979 au 16 janvier 1998)

Combinaison de retards ^φ	Nombre de H_0	Max-V ¹	Trace	PGp ²	Risque de	Vecteur de cointégration :	
					1 ^{re} espèce de $H_0 : \hat{\beta} = 1$		$f_t - \hat{\beta}r_t - \hat{\mu} = \hat{x}_t$
Échantillon 8 janvier 1979 au 16 janvier 1998							
B.Tr. – TAT	18	$r = 0$	65,87*	68,18*	67,63*	0,0002++	$f_t - 0,922r_t$
implicite 3x6		$r \leq 1$	2,31	2,31	2,30		- 1,039
Échantillon 8 septembre 1988 au 16 janvier 1998							
B.Tr. – TAT	20	$r = 0$	32,41*	34,38*	33,90*	0,0002++	$f_t - 0,893r_t$
implicite 3x6		$r \leq 1$	1,97	1,97	1,95		- 1,153
Échantillon 2 janvier 1991 au 16 janvier 1998							
B.Tr. – TAT	20	$r = 0$	20,46*	26,91*	26,46*	0,3365	$f_t - 0,953r_t$
implicite 3x6		$r \leq 1$	6,45	6,45	6,36		- 0,938

1. Ces statistiques de la valeur propre maximale et la trace indiquée à la colonne suivante sont obtenues à l'aide des tests de cointégration proposés par Johansen et Juselius (1990).

2. Statistique du test corrigé de Pitavakis-Gonzalo. Pour plus de précisions, voir Paquet (1994).

* Indique le rejet de l'hypothèse nulle au niveau critique de 10 %. (Les valeurs critiques sont respectivement de 13,75 et 7,52 pour $r = 0$ et $r = 1$). Les valeurs critiques sont tirées du Tableau 1 d'Osterwald-Lenum (1992), qui suppose que le processus générateur de données est conçu avec une seule constante dans le vecteur de correction d'erreurs.

φ Le nombre optimal de retards a été déterminé à l'aide de la technique de Sims (1980).

++ indique le rejet de $H_0 : \beta = 1$ au seuil critique de 1 %.

Tableau A1.3

**Tests de cointégration canadiens — Acceptations bancaires
(Échantillon allant du 2 janvier 1991 au 16 janvier 1998)**

Combinaison	Nombre de retards ^ϕ	H_0	Max-V ¹	Trace	PGp ²	Risque de	Vecteur de
						1 ^{re} espèce de H_0 : $\hat{\beta} = 1$	cointégration : $f_t - \hat{\beta}r_t - \hat{\mu} = \hat{x}_t$
AB-FRA1x4	19	$r = 0$	21,62*	28,41*	27,95*	0,2737	$f_t - 0,970r_t$ - 0,279
		$r \leq 1$	6,79	6,79	6,69		
AB-FRA3x6	19	$r = 0$	17,65*	24,14*	23,76*	0,4117	$f_t - 0,937r_t$ - 0,667
		$r \leq 1$	6,49	6,49	6,39		
AB-FRA6x9	19	$r = 0$	14,10*	20,28*	19,97*	0,6890	$f_t - 0,941r_t$ - 0,963
		$r \leq 1$	6,18	6,18	6,09		
AB-FRA9x12	19	$r = 0$	12,83	19,01*	18,72*	0,7789	$f_t - 0,945r_t$ - 1,233
		$r \leq 1$	6,18	6,18	6,09		

1. Ces statistiques de la valeur propre maximale et la trace indiquée à la colonne suivante sont obtenues à l'aide des tests de cointégration proposés par Johansen et Juselius (1990).

2. Statistique du test corrigé de Pitavakis-Gonzalo. Pour plus de précisions, voir Paquet (1994).

* indique le rejet de l'hypothèse nulle au niveau critique de 10 %. (Les valeurs critiques sont de 13,75 et 7,52 pour $r = 0$ et $r = 1$ respectivement). Les valeurs critiques sont tirées du Tableau 1 d'Osterwald-Lenum (1992), qui suppose que le processus générateur de données est conçu avec une seule constante dans le vecteur de correction d'erreurs.

ϕ Le nombre optimal de retards a été déterminé à l'aide de la technique de Sims (1980).

++ indique le rejet de $H_0 : \beta = 1$ au seuil critique de 1 %.

Annexe 2

La cointégration — Représentation de la tendance commune des taux d'intérêt

Dans cette annexe, nous élaborons une représentation de la tendance commune de la relation entre les taux d'intérêt au comptant et à terme. Une représentation de la tendance commune de la structure des taux est une interprétation différente de la relation de cointégration entre divers taux d'intérêt non stationnaires. Cette approche aide également à comprendre comment on peut extraire de la relation de cointégration une mesure variable dans le temps de la prime de terme. Elle permet aussi d'illustrer comment le coefficient β du vecteur de cointégration peut s'écarter de la valeur unitaire dictée par l'HASTI.

Nous faisons l'hypothèse que les taux d'intérêt à terme et au comptant sont non stationnaires. De plus, nous supposons que l'évolution temporelle de ces séries peut être divisée en des composantes *permanente* [non stationnaire ou $I(1)$] et *transitoire* [stationnaire ou $I(0)$]. Les taux à terme et au comptant peuvent donc être exprimés comme suit :

$$\begin{aligned} r_t &= r_{1,t} + r_{0,t} \\ f_t &= f_{1,t} + f_{0,t}, \end{aligned} \tag{A2.1}$$

où les variables sont identifiées par les indices 1 et 0, qui représentent respectivement les composantes permanente et transitoire.

À l'aide de cette décomposition, on peut montrer comment la relation de cointégration entre les taux au comptant et à terme peut être interprétée comme une relation de tendance commune¹. La représentation de cette tendance commune signifie que le taux au comptant et les taux à terme évoluent ensemble à long terme. Précisément, elle suppose qu'il y a un processus de racine unitaire non observable commun aux deux séries de taux d'intérêt, de sorte que

$$\begin{aligned} r_t &= r_{1,t} + r_{0,t} = \tau_t + r_{0,t} \\ f_t &= f_{1,t} + f_{0,t} = \gamma\tau_t + f_{0,t}, \end{aligned} \tag{A2.2}$$

1. Selon cette interprétation de la cointégration, si le vecteur X_t est cointégré et a un rang ρ , chaque élément du vecteur X_t de longueur $n \times 1$ est une fonction linéaire du même ensemble $n - \rho$ de tendances stochastiques. Cela implique que, si les taux à terme et au comptant sont cointégrés avec un rang de cointégration $\rho = 1$, ils auront tous deux une tendance stochastique commune, car $n - \rho = 1$ dans les systèmes à deux taux d'intérêt.

où $\tau_t = \tau_{t-1} + \varepsilon_t$, et ε_t est un processus de bruit blanc (BB). Dans ce cas, les taux au comptant et à terme ont une composante permanente commune, τ_t , ainsi qu'une composante transitoire propre à chacune des séries de taux d'intérêt². Parce que les deux variables du système ont une tendance permanente commune et que cette dernière influence l'évolution à long terme des variables, elles sont caractérisées à long terme par une relation d'équilibre, appelée relation de cointégration. D'après l'HASTI, les taux à terme et au comptant doivent non seulement être cointégrés, mais la restriction $\gamma = 1$ est imposée dans l'équation (A2.2).

Une mesure, variable dans le temps, de la prime de terme peut être obtenue i) en attribuant toutes les variations transitoires du taux à terme, $f_{0,t}$, à des changements de la prime de terme et ii) en supposant que la composante transitoire du taux au comptant est un processus de bruit blanc³. Le système d'équations en (A2.2) peut alors s'écrire comme suit :

$$f_t - \gamma r_t = f_{0,t} - \gamma r_{0,t} = \theta_t + \varepsilon_t,$$

où θ_t est la prime de terme variable dans le temps, ε_t est un processus de bruit blanc et $(f_t - \gamma r_t)$ forme le vecteur de cointégration. La composante variable à moyenne nulle de la prime de terme présentée à la section 3 est donc basée sur le vecteur de cointégration estimé, $(f_t - \hat{\beta} r_t - \hat{\mu})$, qui comprend une constante.

Il peut être difficile de comprendre pourquoi un choc à long terme provenant de la tendance stochastique commune n'a pas un impact proportionnellement égal sur la composante *permanente* des taux à terme et du taux au comptant, comme il est postulé en (A2.2) lorsque $\gamma \neq 1$. Cette section propose deux explications qui permettent de comprendre pourquoi les valeurs estimées de γ , soit $\hat{\beta}$, peuvent différer de un, la valeur théorique imposée par l'HASTI. Ces explications se basent sur deux hypothèses différentes quant aux propriétés chronologiques des variables représentées en A2.2.

Pour faciliter la discussion, nous avons décomposé la prime de terme et l'erreur de prévision de la relation d'équilibre [équation (2)] en leurs

2. La composante permanente a souvent une interprétation économique intuitive. Pour ce qui est de la relation de la structure des taux, la composante permanente peut être associée à l'inflation, aux changements anticipés du taux cible de la banque centrale ou au taux de croissance de la masse monétaire. On trouvera dans Engsted et Tanggaard (1994) et Hall, Anderson et Granger (1992) plus de précisions sur ce sujet.

3. Ces conditions impliquent aussi que toute variation du taux à terme qui traduit une modification des anticipations de taux d'intérêt au comptant futurs est associée à un changement de la tendance commune.

composantes permanente et transitoire. La prime de terme peut alors être écrite comme suit :

$$\theta_t = \theta_{0t} + \theta_{1t},$$

et l'erreur de prévision comme suit :

$$\omega_{t+1} = \omega_{0t+1} + \omega_{1t+1}^4.$$

Selon ces deux explications, la tendance stochastique doit influencer de façon égale les taux à terme et au comptant, de sorte que la valeur de γ en (A2.2) doit être égale à un. Cependant, cette explication relâche l'hypothèse voulant que les erreurs de prévision suivent un processus de bruit blanc. La modélisation des erreurs de prévisions se base sur l'étude de Evans et Lewis (1994), pour qui les erreurs de prévision sont non stationnaires lorsque les investisseurs anticipent de façon rationnelle un changement permanent du processus déterminant le taux au comptant. En faisant l'hypothèse supplémentaire que la composante permanente des erreurs de prévision est déterminée par le même processus non stationnaire menant les taux à terme et au comptant $\omega_{1t+1} = \phi\tau_t$, on peut écrire l'écart à terme comme suit⁵ :

$$f_t - r_t = \theta_{0t} + \omega_{0t+1} + \varepsilon_{t+1} + \omega_{1t+1} = \phi\tau_t + \theta_{0t} + \text{terme BB}.$$

En réécrivant cette expression à partir du vecteur de cointégration stationnaire $f_t - \gamma r_t$, on obtient

$$f_t - \gamma r_t = f_t - (1 + \phi)r_t = \theta_{0t} + \text{terme BB}. \quad (\text{A2.3})$$

Le coefficient estimé γ du vecteur de cointégration divergera de la valeur unitaire tant que ϕ divergera de zéro.

La deuxième explication est semblable à la première et découle également de l'étude de Evans et Lewis (1994). Dans ce cas, on suppose cependant que c'est la tendance permanente de la prime de terme qui est déterminée par la tendance stochastique des taux à terme et au comptant, avec $\theta_{1t} = \phi\tau_t$. On suppose de plus que les erreurs de prévision suivent un processus de bruit blanc. Sous ces hypothèses, l'écart à terme peut s'écrire de la sorte :

$$f_t - r_t = \theta_{0t} + \omega_{0t+1} + \varepsilon_{t+1} + \theta_{1t+1} = \phi\tau_t + \theta_{0t} + \text{termes BB}.$$

4. L'erreur de prévision est définie comme suit :

$$\omega_{t+1} = E_t[(r_{t+1} - r_t)] - (r_{t+1} - r_t).$$

5. À noter que l'équation (A2.2) comporte une variation attendue du taux au comptant, que, par hypothèse, nous écrivons comme suit :

$$E_t[(r_{t+1} - r_t)] = (r_{t+1} - r_t)\omega_{t+1} = \varepsilon_{t+1} + \omega_{t+1}.$$

En réécrivant cette expression en fonction du vecteur de cointégration stationnaire $f_t - \gamma r_t$, on obtient :

$$f_t - \gamma r_t = f_t - (1 + \phi)r_t = \theta_{0t} + \text{terme BB}.$$

Le coefficient γ estimé du vecteur de cointégration divergera donc d'une valeur unitaire tant que ϕ divergera de zéro.

Bibliographie

- Boothe, P. (1991). « Interest Parity, Cointegration, and the Term Structure of Canada and the United States », *Revue canadienne d'Économique*, vol. 24, août, p. 595-603.
- Brenner, R. et K. Kroner (1995). « Arbitrage, Cointegration, and Testing the Unbiasedness Hypothesis in Financial Markets », *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 30, mars, p. 23-42.
- Campbell, J. et P. Perron (1991). « Pitfalls and Opportunities: What Macroeconomists Should Know about Unit Roots ». In : *NBER Macroeconomics Annual 1991*, publié sous la direction de O. Blanchard et S. Fisher, MIT Press, Cambridge, p. 141-201.
- Cheung, Y.-W. et K. Lai (1993). « Finite Sample Sizes of Johansen's Likelihood Ratio Tests for Cointegration », *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 55, août, p. 313-328.
- Côté, A. et J.-F. Fillion (1997). « La structure par terme des taux d'intérêt et la conduite de la politique monétaire », *Conférence d'automne des économistes*, BRI, automne.
- Cuthbertson K. (1996). « The Expectation Hypothesis of the Term Structure: The UK Interbank Market », *The Economic Journal*, vol. 106, n° 436, p. 578-592.
- Engle, R. et C. Granger (1987). « Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing », *Econometrica*, vol. 55, mars, p. 251-276.
- Engle, R. et K. Kroner (1995). « Multivariate Simultaneous Generalized Arch », *Econometric Theory*, vol. 11, mars, p. 122-150.
- Engle, R., D. Lilien et R. Robins (1987). « Estimating Time-varying Risk Premiums in the Term Structure: The ARCH-M Model », *Econometrica*, vol. 55, mars, p. 391-407.
- Engle, R. et V. Ng (1993). « Time-varying Volatility and the Dynamic Behavior of the Term Structure », *Journal of Money, Credit, and Banking*, vol. 25, août, p. 336-349.
- Engle, R., V. Ng et M. Rothschild (1990). « Asset Pricing with a Factor ARCH Covariance Structure: Empirical Estimates for Treasury Bills », *Journal of Econometrics*, vol. 45, juillet-août, p. 213-238.
- Engsted, T. et C. Tanggaard (1994). « Cointegration and the U.S. Term Structure », *Journal of Banking and Finance*, vol. 18, janvier, p. 167-181.
- Evans, M. et K. Lewis (1994). « Do Stationary Risk Explain it All? Evidence from the Term Structure », *Journal of Monetary Economics*, vol. 33, avril, p. 285-318.
- Fama, E. (1984). « The Information in the Term Structure », *Journal of Financial Economics*, vol. 13, décembre, p. 509-528.
- Gerlach, S. et F. Smets (1995). *The Term-Structure of Euro-rates: Some Evidence in Support of the Expectations Hypothesis*, Discussion Paper n° 1258, Centre for Economic Policy Research.
- Gravelle, T. (1996). « Time-varying Term Premia at the Short End of the Term Structure: Part I », document interne n° 96-041, département des Marchés financiers, Banque du Canada.
- Gonzalo, J. (1994). « Five Alternative Methods of Estimating Long-run Equilibrium Relationships », *Journal of Econometrics*, vol. 60, janvier-février, p. 203-233.
- Hall, A., H. Anderson et C. Granger (1992). « A Cointegration Analysis of Treasury Bill Yields », *The Review of Economics and Statistics*, vol. 74, février, p. 116-126.
- Hansen, H. et K. Juselius (1994). *CATS in RATS: Cointegration Analysis of Time Series*, Institut d'économie, Université de Copenhague.

- Hardouvelis, G. (1988). « The Predictive Power of the Term Structure during Recent Monetary Regimes », *The Journal of Finance*, vol. 43, juin, p. 339-356.
- Ilmanen, A. (1996). « Market Rate Expectations and Forward Rates », *Journal of Fixed Income*, vol. 6, septembre, p. 8-22.
- Iyer, S. (1996). « Time-varying Term Premia and the Behavior of Forward Interest Rate Prediction Errors », *Journal of Financial Research*, vol. 20, hiver, p. 503-507.
- Johansen, S. et K. Juselius (1990). « Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration—With Applications to the Demand for Money », *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 52, mai, p. 169-210.
- Lee, S.-S. (1995). « Macroeconomic Sources of Time-Varying Risk Premiums in the Term Structure of Interest Rates », *Journal of Money, Credit, and Banking*, vol. 27, mai, p. 549-569.
- Lee, T.-H. et Y. Tse (1996). « Cointegration Tests with Conditional Heteroskedasticity », *Journal of Econometrics*, vol. 73, août, p. 401-410.
- Mankiw, G. et J. Miron (1986). « The Changing Behaviour of the Term Structure of Interest Rates », *Quarterly Journal of Economics*, vol. 101, mai, p. 211-228.
- Osterwald-Lenum, M. (1992). « A Note with Quantiles of the Asymptotic Distribution of the Maximum Likelihood Cointegration Rank Test Statistic », *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 54, août, p. 461-472.
- Paquet, A. (1994). « A Guide to Applied Modern Macroeconomics », document de travail n^o 94-05, ministère des Finances.
- Paquette, J.-Y. et D. Strélski (1998). « L'utilisation des accords de taux futur au Canada », *Revue de la Banque du Canada*, printemps, p. 57-71.
- Perron, P. (1990). « Testing for a Unit Root in a Time Series with Changing Mean », *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 8, avril, p. 153-162.
- Roberds, W., D. Runkle et C. Whiteman (1996). « A Daily View of Yield Spreads and Short-Term Interest Rate Movements », *Journal of Money, Credit, and Banking*, vol. 28, février, p. 34-52.
- Roberds, W. et C. Whiteman (1997). « Endogenous Term Premia and Anomalies in the Term Structure of Interest Rates: Explaining the Predictability Smile », document de travail n^o 96-11, Federal Reserve Bank of Atlanta.
- Rossi, M. (1996). « The Information Content of the Short End of the Term Structure of Interest Rates », document de travail n^o 55, Banque d'Angleterre.
- Rudebusch, G. (1995). « Federal Reserve Interest Rate Targeting, Rational Expectations, and the Term Structure », *Journal of Monetary Economics*, vol. 35, avril, p. 245-274.
- Shea, G. (1992). « Benchmarking the Expectations Hypothesis of the Interest-Rate Term Structure: An Analysis of Cointegration Vectors », *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 10, juillet, p. 347-366.
- Sims, C. (1980). « Macroeconomics and Reality », *Econometrica*, vol. 48, janvier, p. 1-48.
- Zelmer, M. (1996). « Stratégie et tactique dans la conduite de la politique monétaire ». In : *Les marchés monétaires et les opérations de la banque centrale*, actes d'un colloque tenu par la Banque du Canada en novembre 1995, Ottawa, Banque du Canada.