L'évaluation des actifs financiers dans les modèles de consommation : un survol de la littérature

Benoît Carmichael

Introduction

Cette étude fait la revue des modèles d'équilibre des actifs financiers (MEDAF) fondés sur les principes de maximisation de l'utilité anticipée. Nous débutons l'analyse en élaborant une version simplifiée, en temps discret, du modèle construit indépendamment par Lucas (1978) et Breeden (1979). Depuis la parution de ces études, les modèles intertemporels d'équilibre général ont pris une place de plus en plus importante dans la littérature économique traitant de l'évaluation des actifs financiers. Ces modèles trouvent leur caractéristique dans le fait que les prix et les rendements des actifs financiers y sont liés, à l'équilibre général, aux décisions de consommation et d'épargne des investisseurs. La structure des rendements prédite par ces modèles est, pour cette raison, intimement liée aux caractéristiques des préférences des agents économiques, particulièrement les paramètres d'aversion pour le risque et de substitution intertemporelle. De plus, contrairement au MEDAF de Sharpe (1964) et de Lintner (1965), les modèles intertemporels d'équilibre général permettent d'identifier clairement les forces économiques sous-jacentes influençant le taux d'intérêt réel sûr et la compensation versée aux investisseurs lors de la prise des risques[1].

Nous débutons l'analyse de la première section en développant l'équation fondamentale d'évaluation des actifs financiers déduite du

1. Rappelons que le MEDAF traite de la question de la détermination des prix et des rendements des actifs en faisant l'hypothèse que le taux d'intérêt sûr et le rendement du marché sont des variables exogènes, déterminées à l'extérieur du modèle.

modèle de Lucas. Cette équation relie le rendement excédentaire attendu d'un actif risqué à la covariance de son rendement avec le taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation. Nous discutons par la suite en détail du degré de compatibilité de cette restriction avec les phénomènes empiriques observés. Nous verrons en particulier que les préférences qui ne permettent pas de dissocier les concepts d'aversion pour le risque et de substitution intertemporelle ne peuvent pas expliquer simultanément le niveau du taux d'intérêt réel et le niveau de la prime de marché. Nous terminons la deuxième section en discutant brièvement deux modifications possibles à la structure des préférences qui rendent le modèle plus conforme à la réalité, notamment en ce qui a trait au niveau du taux d'intérêt réel.

L'évaluation des obligations coupons détachés est abordée à la troisième section de l'étude. Nous portons une attention particulière à la détermination des prix et des rendements sur les marchés au comptant et sur les marchés à terme. Nous démontrons d'abord que le prix d'un contrat à terme est en général une combinaison du prix au comptant futur attendu et d'une prime de risque. Nous examinons par la suite la mesure dans laquelle le niveau et la variabilité des primes de risque prédites par le modèle sont compatibles avec les observations empiriques. Nous verrons, encore une fois, qu'il existe des tensions importantes entre le modèle et les données. Celles-ci sont particulièrement visibles lorsque les préférences des agents ne dissocient pas les concepts d'aversion pour le risque et de substitution intertemporelle. Nous terminons la troisième section de l'étude par une brève discussion de l'évaluation des options.

L'impact de l'inflation et de la croissance monétaire sur l'évaluation des actifs financiers est discuté à la troisième section. La monnaie est introduite dans le modèle par le biais d'une contrainte de paiement au comptant à la Clower. Nous montrons dans cette section que l'incertitude entourant le pouvoir d'achat de la monnaie modifie le risque systématique des actifs financiers et donne lieu en général à l'existence d'une prime de risque d'inflation. Dans le cas des obligations, cette prime reflète uniquement la covariance du taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation avec le taux d'appréciation du pouvoir d'achat de la monnaie, alors que, dans le cas des actifs boursiers, elle reflète également l'impact du sentier de la ponction exercée par l'inflation sur l'incertitude entourant le rendement futur, ce, sous la forme d'un gain de capital.

1 Prix et rendements dans les modèles de consommation

1.1 Le modèle de Lucas

Nous développons dans cette première section de notre revue de la littérature les éléments essentiels du modèle de consommation, en ce qui a trait à l'évaluation des actifs financiers. Notre principal objectif consiste, d'une part, à comprendre les facteurs déterminant le risque systématique des actifs financiers dans ce type de modèle et, d'autre part, à isoler les facteurs sous-jacents à la détermination du taux d'intérêt réel. Nous abordons ces questions par le biais du modèle en temps discret proposé par Lucas (1978). Une fois élaborée la structure du modèle, nous examinerons en détail dans quelle mesure les prédictions du modèle sont conformes à la réalité. Parmi les conclusions, nous verrons en particulier que ce type de modèle requiert, pour expliquer le niveau observé des primes de risque, un coefficient élevé d'aversion pour le risque. Nous verrons également que les prédictions du modèle sont compatibles avec le niveau relativement faible du taux d'intérêt réel, dans la mesure où les préférences permettent de dissocier les concepts d'aversion à l'endroit du risque et de substitution intertemporelle. Une synthèse du modèle de Lucas est présentée ci-après.

Lucas analyse les choix de portefeuille et de consommation d'un agent type qui maximise son utilité intertemporelle attendue sur un horizon de planification infini. À chaque période, l'agent type a le choix d'investir sa richesse dans deux types d'actifs financiers différents. Il peut acquérir des titres boursiers dont le rendement est incertain et il peut investir dans des obligations ayant un rendement connu à l'avance avec certitude. Dans cette première section, nous supposerons qu'il existe J titres boursiers en circulation et que les obligations prennent uniquement la forme d'obligations coupons détachés ayant une période d'échéance. Les choix de portefeuille d'un consommateur type, qui arrive au début de la période t avec un portefeuille contenant b_τ obligations et z_τ^j parts des J actifs boursiers, donnent lieu au problème de maximisation intertemporelle suivant :

$$\underset{z_\tau^j,\, b_\tau,\, C_\tau}{MAX}\ E_t\left[\sum_{\tau = t}^{\infty} \beta^{\tau - t} U(C_\tau)\right] \qquad 0 < \beta < \infty \tag{1}$$

sous la contrainte que :

$$C_\tau + \sum_{j=1}^{J} q_\tau^{z_j} \cdot z_{\tau+1}^j + q_\tau^f \cdot b_{\tau+1} \leq \sum_{j=1}^{J}\left[D_\tau^j + q_\tau^{z_j}\right] \cdot z_\tau^j + b_\tau$$

$$\tau = t, \ldots, \infty, \tag{2}$$

où $U(\bullet)$ est la fonction d'utilité instantanée de l'agent[2]; C_τ, la consommation à la période *t*; $q_\tau^{z\,j}$, le prix de l'actif boursier *j* à la période *t* après la répartition des dividendes; D_τ^j; q_τ^f, le prix à la période *t* d'une obligation garantissant le remboursement d'une unité de consommation à la période $t+1$ et $E_t\left[\bullet\right]$, l'opérateur d'espérance mathématique conditionnelle à l'ensemble de l'information dont dispose l'investisseur type à la période *t*.

Lucas (1978) démontre que le portefeuille optimal de l'agent type doit satisfaire chaque période les deux conditions d'Euler suivantes :

$$U'(\bullet_t) \bullet q_t^{z\,j} = \beta E_t\left[U'(\bullet_{t+1}) \bullet \left(D_{t+1}^j + q_{t+1}^{z_t}\right)\right] \qquad j = 1, \ldots, J \qquad (3)$$

$$U'(\bullet_t) \bullet q_t^f = \beta E_t\left[U'(\bullet_{t+1})\right]. \qquad (4)$$

Les conditions (3) et (4) ont l'interprétation intuitive suivante. Considérons d'abord la première de ces deux conditions. L'investisseur qui acquiert à la période *t* une part additionnelle de l'actif boursier *j* doit sacrifier $q_t^{z\,j}$ unités de consommation, ce qui engendre à la marge une perte d'utilité égale à

$$U'(\bullet_t) \bullet q_t^{z\,j}$$

unités. Ce placement rapporte cependant à la période $t+1$, en capital et intérêts, l'équivalent de

$$(D_{t+1}^j + q_{t+1}^{z\,j})$$

unités, dont la consommation améliorera le bien-être de l'agent de

$$U'(\bullet_{t+1}) \bullet (D_{t+1}^j + q_{t+1}^{z\,j})$$

unités. Étant donné l'incertitude entourant ce rendement et le fait que l'agent actualise l'utilité future à l'aide d'un facteur β, le bénéfice marginal attendu de ce placement est égal à

$$\beta E_t\left[U'(\bullet_{t+1}) \bullet (D_{t+1}^j + q_{t+1}^{z\,j})\right].$$

---

2. La fonction d'utilité instantanée possède les propriétés usuelles : l'utilité marginale de la consommation est positive, mais décroissante, et les conditions d'Inada sont respectées.

La condition (3) exprime donc simplement que l'agent gère optimalement son portefeuille en égalisant le coût et le bénéfice marginaux de l'investissement dans l'actif boursier *j*. De même, un agent qui achète une unité supplémentaire de l'actif sûr à la période *t* doit réduire sa consommation courante de q_t^f unités. Cela engendre une perte immédiate d'utilité de

$$U'(\bullet_t) \bullet q_t^f$$

unités. Celle-ci est cependant compensée par le gain réalisé sur ce placement à la période $t + 1$. En termes d'utilité attendue, ce gain équivaut à

$$\beta E_t\left[U'(\bullet_{t+1})\right]$$

unités. Encore une fois, la condition (4) fait ressortir qu'une gestion efficace du portefeuille requiert de l'agent qu'il investisse dans l'actif sûr jusqu'au point d'égalité entre le bénéfice marginal et le coût marginal de l'investissement.

Les prédictions du modèle de consommation concernant l'évaluation des obligations et des titres boursiers découlent des conditions (3) et (4) évaluées à l'équilibre général. Jusqu'à présent, nous avons discuté les conditions (3) et (4) uniquement dans la perspective des choix individuels lorsque les valeurs marchandes (prix courants) des actifs financiers sont données. À l'équilibre général, les prix doivent constamment s'ajuster pour maintenir l'égalité entre l'offre et la demande sur tous les marchés simultanément. Dans le cas particulier d'un modèle tenant compte d'un agent représentatif, l'équilibre du marché est atteint lorsque

$$C_t = \sum_{j=1}^{J} D_t^j \tag{5}$$

$$z_t^j = 1 \qquad j = 1, \ldots, J \tag{6}$$

$$b_t = 0, \tag{7}$$

autrement dit, lorsque l'agent représentatif consomme entièrement la dotation de l'économie, qu'il détient volontairement tous les titres boursiers en circulation et que son endettement net est nul.

Dans cette littérature, la fonction d'utilité instantanée de l'agent type prend souvent une forme isoélastique :

$$U(C) = \frac{C^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \tag{8}$$

où le paramètre γ est le coefficient Arrow-Pratt d'aversion pour le risque.

La fonction d'utilité (8) possède plusieurs propriétés intéressantes qui méritent d'être discutées. Premièrement, elle est compatible avec la neutralité par rapport au risque (c'est-à-dire que $\gamma = 0$) et elle englobe aussi, lorsque γ tend vers un, le cas où les préférences sont logarithmiques. Deuxièmement, avec cette forme fonctionnelle, les primes de risque prédites par le modèle ne sont pas sensibles aux variations du niveau de la richesse et de la taille de l'économie. Troisièmement, dans la mesure où les agents économiques partagent la même fonction d'utilité, il est possible d'agréger les choix individuels même si les agents ont des niveaux différents de richesse. Cette propriété offre une certaine justification théorique à l'utilisation de la consommation globale plutôt que de la consommation individuelle dans les études économétriques portant sur la détermination des rendements. Finalement, avec la fonction d'utilité isoélastique, le paramètre γ détermine simultanément le coefficient d'aversion pour le risque ainsi que l'élasticité de la substitution intertemporelle ρ.

En fait, avec cette forme fonctionnelle, l'élasticité de substitution intertemporelle est la réciproque du coefficient d'aversion pour le risque (c'est-à-dire que $\gamma = 1/\rho$). Hall (1988) signale que cette propriété de la fonction d'utilité isoélastique n'est pas nécessairement désirable. En théorie, rien ne devrait lier de façon aussi rigide ces deux aspects distincts des préférences. L'aversion pour le risque influence le taux auquel l'agent est disposé à échanger les unités de consommation entre les différents « états possibles de la nature ». Alors que l'élasticité de la substitution intertemporelle reflète la volonté de l'agent d'échanger les unités de consommation entre les périodes, l'aversion pour le risque est une notion qui existe uniquement dans un contexte d'incertitude et elle n'a pas nécessairement une dimension temporelle. Par contre, la notion de substitution intertemporelle existe en situation de pleine certitude, même si elle n'a pas de sens véritable dans un contexte atemporel. Nous allons voir à la fin de cette section deux autres formulations différentes plus générales des préférences, celles de Campbell et Cochrane (1995), d'Epstein et Zin (1989 et 1991) et de Weil (1989), qui permettent de dissocier ces deux aspects importants des préférences.

Les prédictions du modèle de consommation relatives aux prix et aux rendements des obligations et des titres boursiers sont tirées des conditions (3) et (4) évaluées à l'équilibre général. En faisant abstraction des bulles spéculatives, le prix d'équilibre des actifs risqués et de l'actif sûr est donné par les deux équations suivantes :

$$q_t^{zj} = E_t\left[\sum_{i=1}^{\infty} \beta^i \frac{U'(C_{t+i})}{U'(C_t)} \bullet D_{t+i}^j\right] \tag{9}$$

$$q_t^f = E_t\left[\beta^i \frac{U'C_{t+1}}{U'C_t}\right]. \tag{10}$$

L'équation (10), qui découle directement de la condition (4), indique que le prix d'équilibre des obligations reflète le taux marginal de substitution intertemporelle attendu de la consommation. Il est à noter que cette équation relie le prix des obligations au taux de croissance prévu de la consommation lorsque les préférences sont isoélastiques, c'est-à-dire :

$$\beta \frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} = \beta \bullet \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma}.$$

La valeur d'équilibre de q_t^{zj} est obtenue par substitutions récursives de l'équation (3). Dans ce modèle, q_t^{zj} est égal à la valeur actualisée du flux des dividendes futurs prévus, le facteur d'actualisation des dividendes de la période $t + i$ étant le taux marginal de substitution intertemporelle attendu de la consommation entre les périodes t et $t + i$.

Les conditions du premier ordre (3) et (4) peuvent également être exprimées en fonction des rendements des actifs. Définissons

$$1 + r_{t+1}^{zj} = \left(D_{t+1}^j + q_{t+1}^{zj}\right) / q_t^{zj}$$

comme le rendement brut de l'actif boursier j entre les périodes t et $t + 1$ et

$$1 + r_{t+1}^f = 1 / q_t^{zj}$$

comme le rendement brut des obligations au cours de la même période. Après manipulations, les conditions (3) et (4) deviennent

$$1 = E_t\left[S_{t,\,t+1} \bullet \left(1 + r_{t+1}^{zj}\right)\right] \qquad j = 1, \ldots, J \tag{11}$$

$$1 = E_t\left[S_{t,\,t+1}\right] \bullet \left(1 + r_{t+1}^f\right), \tag{12}$$

où la variable $S_{t,\,t+1}$ représente, par économie de notation, le taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation

$$\beta \frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} .$$

L'équation (11) est souvent identifiée comme l'équation canonique d'évaluation des actifs financiers. (Voir par exemple Ferson, 1995, et Campbell, Lo et MacKinlay, 1997). Dans cette équation, la variable $S_{t,\,t+1}$ joue le rôle d'un facteur d'actualisation stochastique[3]. Dans un modèle de consommation, ce facteur est en fait assimilé au taux marginal de substitution intertemporelle du consommateur. Il est à noter aussi que le rendement sûr r_{t+1}^{f} apparaît dans l'équation (12) à l'extérieur de l'opérateur d'espérance mathématique, parce qu'il est connu dès le début de la période *t*.

Les conditions (11) et (12) imposent plusieurs restrictions au comportement des rendements réels attendus des obligations et des actifs boursiers. Nous allons maintenant discuter à tour de rôle chacune de ces restrictions en commençant par celles imposées au taux d'intérêt réel. L'équation (12) révèle que le taux d'intérêt réel — le rendement de l'actif sûr — est déterminé par le taux marginal de substitution intertemporelle attendu de la consommation :

$$r_{t+1}^{f} = \left\{ E_t \left[S_{t,\,t+1} \right] \right\}^{-1} - 1 . \qquad (13)$$

On peut explorer davantage les restrictions imposées par cette équation si l'on fait les hypothèses que les préférences sont de type isoélastique et que la consommation obéit à une loi lognormale conditionnelle. Dans ces deux hypothèses, l'équation (13) devient[4]

$$r_{t+1}^{f} = \delta + \gamma \bullet E_t \left[\Delta c_{t+1} \right] - \frac{\gamma^2}{2} \bullet \mathrm{var}_t(\Delta c_{t+1}) . \qquad (14)$$

L'équation (14) fait ressortir que le taux d'intérêt réel est déterminé par trois facteurs différents. Premièrement, le taux d'intérêt réel a tendance à être élevé si δ, le taux de préférence de l'agent pour le présent, est grand. Deuxièmement, le taux d'intérêt réel est élevé si le taux de croissance prévu

3. Parfois, cette variable est aussi identifiée comme le noyau de l'évaluation des actifs financiers.

4. Rappelons qu'une variable X qui suit une loi lognormale conditionnnelle a la propriété suivante :

$$\ln E_t \left[\mathrm{X} \right] = E_t \left[\ln \mathrm{X} \right] + \frac{1}{2} \bullet \mathrm{Var}_t(\ln \mathrm{X}) .$$

de la consommation $E_t\left[\Delta c_{t+1}\right]$ est grand, puisque dans ce cas l'agent cherche à emprunter sur le marché du crédit pour lisser davantage son profil de consommation. L'importance de ce second effet est inversement proportionnelle à l'élasticité de substitution intertemporelle. Finalement, pour des motifs d'épargne de précaution, le taux d'intérêt réel a tendance à être faible lorsque $\mathrm{Var}_t(\Delta c_{t+1})$, la variance conditionnelle du taux de croissance de la consommation, est élevée. La force de ce dernier effet dépend du carré du coefficient d'aversion pour le risque.

Nous allons maintenant porter notre attention sur les restrictions imposées par l'équation (11) au rendement attendu des titres boursiers. En particulier, nous allons isoler les conditions dans lesquelles le rendement attendu des actifs boursiers diffère du taux d'intérêt réel. La définition d'une covariance permet d'exprimer le côté droit de l'équation (11) comme un produit d'espérances, majoré d'un terme de covariance :

$$1 = E_t\left[S_{t,\,t+1}\right] \bullet E_t\left[1 + r_{t+1}^{z_j}\right] + \mathrm{cov}_t\left(S_{t,\,t+1}, 1 + r_{t+1}^{z_j}\right). \tag{15}$$

Par la suite, les équations (13) et (15) permettent d'isoler les prédictions concernant l'écart entre les rendements risqués et le rendement sûr,

$$E_t\left[r_{t+1}^{z_j}\right] - r_{t+1}^{f} = -\left(1 + r_{t+1}^{f}\right) \bullet \mathrm{cov}_t\left(S_{t,\,t+1}, r_{t+1}^{z_j} - r_{t+1}^{f}\right). \tag{16}$$

L'équation (16) est une autre forme de l'équation canonique d'évaluation des actifs financiers. Celle-ci met en évidence la mesure générale du risque systématique de l'actif risqué j dans un modèle de consommation. Un actif est considéré comme risqué si son rendement excédentaire présente une covariance négative avec le taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation. Une covariance négative signifie que l'actif a tendance à offrir un rendement excédentaire supérieur (inférieur) aux prévisions lorsque l'utilité marginale de la consommation est plus faible (élevée) que prévu, c'est-à-dire lorsque la consommation est plus élevée (faible) que prévu. Le risque est systématique en ce sens qu'il est relié au taux de croissance de l'utilité marginale de la consommation globale. Dans le cas particulier où les préférences de l'agent sont isoélastiques, il est possible de développer davantage cette relation pour démontrer que

$$E_t\left[r_{t+1}^{z_j}\right] - r_{t+1}^{f} = \gamma \bullet \mathrm{corr}_t\left(\Delta c, r^{z_j}\right) \bullet \sigma_t\left(\Delta c\right) \bullet \sigma_t\left(r^{z_j}\right). \tag{17}$$

Ici, $\sigma_t(\Delta c)$ est l'écart-type conditionnel du taux de croissance de la consommation; $\sigma_t(r^{z_j})$ est l'écart-type conditionnel du rendement de l'actif risqué j, et $\mathrm{corr}_t(\Delta c, r^{zj})$, le coefficient de corrélation conditionnelle entre Δc et r^{zj}. L'équation (17) révèle que le rendement excédentaire attendu de l'actif risqué j dépend de trois éléments différents. Les primes de risque dépendent, premièrement, de la quantité de risques à assumer, qui, elle, découle de $\sigma_t(\Delta c)$ et $\sigma_t(r^{zj})$. Les primes de risque dépendent en deuxième lieu de la sensibilité des agents au risque, laquelle est déterminée par le coefficient d'aversion pour le risque γ. Finalement, la présence du risque et la sensibilité à celui-ci ne donne pas nécessairement l'assurance qu'un actif risqué rapportera davantage que l'actif sûr. Pour que ce soit le cas, le rendement de l'actif en question doit présenter une corrélation positive avec le facteur de risque non diversifiable Δc. Un actif risqué peut même offrir une prime négative et rapporter moins que l'actif sûr si le rendement de celui-ci présente une corrélation négative avec le taux de croissance de la consommation. Intuitivement, un tel actif est avantageux puisqu'il protège les investisseurs en offrant un rendement relativement plus élevé en période de baisse de la consommation.

1.2 Extensions du modèle de Lucas

Les restrictions imposées par l'équation (16) aux rendements excédentaires attendus sont confrontées à un certain nombre d'obstacles empiriques, dont le plus connu est sans aucun doute l'énigme de la prime de marché. Mehra et Prescott (1985) estiment que le rendement excédentaire annuel moyen sur l'ensemble du marché aux États-Unis au cours de la période 1889–1978 a été de 6,18 %. Or, les exercices d'étalonnage effectués par Mehra et Prescott, et par d'autres aussi, révèlent qu'il est extrêmement difficile de générer une prime significative (de plus de 2 %) avec des préférences isoélastiques, lorsque le coefficient d'aversion pour le risque est maintenu à moins de 10. Le point soulevé par Mehra et Prescott s'illustre facilement à l'aide de l'équation (17). Puisqu'au cours de la période 1889-1978, la corrélation entre Δc et r^m est d'environ 0,4, que l'écart-type du taux de croissance de la consommation est de 0,036 et que l'écart-type du rendement excédentaire du marché est de 0,167, une prime de risque moyenne globale de 6,18 % n'est possible selon (17) que si $\gamma = 25$[5]. Cette valeur est jugée par Mehra et Prescott comme étant à l'extérieur des bornes « raisonnables » pour ce paramètre lorsqu'on s'en tient à la littérature microéconomique pertinente[6]. Le fait que les rendements excédentaires

5. Mankiw et Zeldes (1991) soulignent que le coefficient d'aversion requis doit avoisiner 100 lorsque l'échantillon est limité à la période d'après-guerre.

6. Accepter comme raisonnable une valeur de 26 pour γ ne règle cependant pas tous les problèmes. En effet, Obstfeld et Rogoff (1996) nous préviennent qu'il devient dans ce cas particulièrement difficile d'expliquer pourquoi des investisseurs si sensibles au risque diversifient si peu leurs portefeuilles internationalement.

soient positifs n'est pas en soi problématique. Des primes positives découlent naturellement de l'équation (15). Le casse-tête réside dans le fait que les primes prédites sont quantitativement insuffisantes pour des valeurs « raisonnables » du coefficient d'aversion pour le risque[7].

Weil (1989) signale un autre casse-tête associé, cette fois, au rendement sûr et qui s'illustre à l'aide de l'équation (14). Au cours de la période étudiée par Mehra et Prescott, le taux de croissance moyen de la consommation a été de 0,018 par année avec une variance de 0,0013. Or, à moins que le coefficient d'aversion pour le risque soit très faible et que, par conséquent, l'élasticité de la substitution intertemporelle soit très grande, le taux d'intérêt réel annuel moyen prédit par l'équation (14) est plusieurs fois supérieur à 0,80 %, le niveau observé par Mehra et Prescott entre 1889 et 1978. Par exemple, même pour une valeur de γ de seulement 2, l'équation (14) prédit un taux d'intérêt réel supérieur au taux de préférence pour le présent de 3,34 %. Donc, à moins que γ soit négatif, l'équation (14) est incapable de prédire le niveau observé du taux d'intérêt réel.

Plusieurs études empiriques récentes portant sur des données américaines ont montré qu'une part non négligeable des fluctuations des rendements excédentaires est prévisible sur la base de l'information disponible en début de période. Les travaux empiriques de Campbell (1987), Campbell et Shiller (1988) et Fama et French (1988) conduisent à la conclusion que la variation du taux d'intérêt de courte ou de longue période, du rapport dividendes/prix et de l'écart entre un taux d'intérêt de long terme et un taux de court terme permettent de prévoir les mouvements futurs des rendements excédentaires aux États-Unis. Carmichael et Samson (1996) trouvent que le même phénomène caractérise les rendements excédentaires canadiens au cours de la période 1969M:1 à 1992M:12. Le modèle de consommation peut-il expliquer cette réalité? Dans la perspective de l'équation (17), les mouvements prévisibles des rendements excédentaires doivent être associés aux mouvements prévisibles de $\sigma_t(\Delta c)$, de $\mathrm{corr}_t(\Delta c, r^j)$ ou des deux. Or, pour l'instant, les résultats empiriques ne semblent favoriser aucune de ces deux possibilités. De plus, les exercices d'étallonage révèlent généralement des primes simulées peu variables par rapport à celles observées.

Face à ces difficultés empiriques, plusieurs auteurs ont suggéré d'apporter des modifications au modèle de consommation pour le rendre plus général. En particulier, on a cherché à comprendre si les résultats empiriques obtenus pouvaient être attribuables aux hypothèses auxiliaires évoquées pour déduire les équations (14) et (17). Fondamentalement, les

7. Kocherlakota (1996) fait un excellent survol de la littérature relative à l'énigme de la prime de marché.

utilisateurs du modèle MEDAF fondé sur la consommation ont avant tout recours aux actifs financiers pour faire le lissage intertemporel de l'utilité marginale de la consommation. En principe, rien ne contraint l'utilité marginale de la période *t* à dépendre uniquement de la consommation à la période *t*. On peut raisonnablement envisager que $U_c(\bullet_t)$ soit aussi influencé par d'autres variables, notamment par les loisirs ou par le niveau de consommation atteint dans le passé récent. Dans ce cas, la covariance des rendements excédentaires avec ces autres variables va aussi influencer les primes de risque et peut-être aider à aplanir certaines des difficultés empiriques mentionnées précédemment. La recherche dans ce domaine s'est orientée dans deux directions différentes.

D'une part, on a les travaux d'Epstein et Zin (1989 et 1991) et Weil (1989), qui introduisent dans le modèle la notion d'utilité non espérée. L'adoption de ce type de préférences permet le relâchement de l'hypothèse d'indépendance de l'utilité marginale de la consommation entre les états de la nature. Avec ces préférences, l'utilité marginale de la consommation dans un état favorable de la nature n'est pas indépendante du niveau de consommation dans un état défavorable. Les préférences d'Epstein et Zin ont aussi l'importante propriété de permettre de déterminer par des paramètres différents l'aversion pour le risque et l'élasticité de substitution intertemporelle. Donc, contrairement à ce que l'on observerait dans le cas où les préférences seraient isoélastiques, un consommateur ayant la phobie du risque peut toujours être disposé à modifier le profil interporel de la consommation si ses préférences sont fondées sur l'utilité non espérée. Epstein et Zin (1991) soutiennent que la séparation des concepts d'aversion pour le risque et de substitution intertemporelle peut aider à résoudre certaines des anomalies rencontrées lorsque les préférences sont isoélastiques. Weil (1989) étudie en détail cette question. Il arrive à la conclusion qu'avec ces préférences, les primes de risque sont déterminées par le coefficient d'aversion pour le risque et que le taux d'intérêt réel est influencé par l'élasticité de la substitution intertemporelle. En conséquence, l'hypothèse d'utilité non espérée ne peut aider à résoudre le casse-tête de la prime de marché de Mehra et Prescott. Toutefois, ces préférences offrent une solution au casse-tête du rendement sûr. En effet, Weil arrive à reproduire exactement les niveaux observés de la prime de marché et du taux d'intérêt réel lorsqu'il fixe les coefficients d'aversion pour le risque et d'élasticité de substitution intertemporelle à respectivement 45 et 0,10. Un coefficient d'aversion pour le risque égal à cette valeur aurait engendré, dans le cas des préférences isoélastiques, un paramètre d'élasticité de substitution intertemporelle égal à 0,022, soit $1/45$. On peut tirer comme conclusion de cette observation que les préférences d'Epstein et Zin solutionnent le casse-tête du rendement sûr en permettant simultanément des niveaux élevés d'aversion pour le risque et de substitution intertemporelle.

De leur côté, Constantinides (1990), Ferson et Constantinides (1991) ainsi que Campbell et Cochrane (1995) tentent de résoudre les anomalies discutées précédemment en introduisant dans le modèle, par le biais d'un mécanisme de formation des habitudes de consommation, la non-séparabilité des préférences dans le temps. Ces auteurs exploitent l'idée simple, mais intuitive, que l'utilité de la consommation courante n'est pas indépendante des niveaux atteints par la consommation au cours des périodes passées. Techniquement, Campbell et Cochrane rendent opérationnelle cette idée en remplaçant la fonction d'utilité (8) par la fonction suivante :

$$U(C-X) = (C-X)^{1-\eta}, \tag{18}$$

où X représente le niveau habituel de la consommation et η influence la courbure des préférences. Le niveau habituel de la consommation est modélisé comme une variable s'ajustant graduellement aux variations de la consommation. Avec ces préférences, l'utilité marginale de la consommation augmente au fur et à mesure que la consommation s'approche de son niveau habituel. Pour cette raison, le coefficient d'aversion pour le risque varie avec l'état de la conjoncture économique, comme en fait foi la relation suivante :

$$\gamma_t = \eta \frac{C_t}{C_t - X_t}. \tag{19}$$

L'équation (19) montre que l'aversion du consommateur pour le risque augmente lorsque la consommation s'approche du niveau habituel. En conséquence, le paramètre de courbure des préférences n'est plus le seul à déterminer l'aversion pour le risque. L'introduction de ce mécanisme d'habitudes de consommation permet en plus de relâcher le lien étroit entre les concepts d'aversion pour le risque et de substitution intertemporelle imposé par les préférences isoélastiques. En particulier, le coefficient d'aversion pour le risque peut être très élevé même si la valeur de η est faible, le paramètre η étant celui qui détermine l'élasticité de la substitution intertemporelle. Pour cette raison, un modèle doté d'habitudes de consommation peut reproduire le niveau observé de la prime de marché en permettant un coefficient d'aversion élevé, même si le paramètre η est faible. Toutefois, il ne s'agit pas ici véritablement d'une solution nouvelle au casse-tête de la prime de marché, puisque d'autres modèles reproduisent aussi le niveau de la prime lorsque l'aversion pour le risque est importante.

Ce modèle offre cependant une explication nouvelle à l'énigme du rendement sûr. Rappelons qu'avec des préférences isoélastiques, l'augmentation du coefficient d'aversion pour le risque, qui est nécessaire pour reproduire la prime de marché, engendre une augmentation du niveau et de la variabilité du taux d'intérêt réel. Un modèle comportant des habitudes de consommation contourne cette difficulté en stipulant une composante d'épargne de précaution, qui vient contrecarrer les effets à la hausse sur le taux d'intérêt réel. Intuitivement, un consommateur conscient de ses habitudes de consommation voit son aversion pour le risque augmenter lorsque sa consommation courante baisse relativement à ses habitudes. Cela l'incite à épargner davantage pour se prémunir contre d'autres baisses éventuelles. Le modèle peut, par le biais de ce mécanisme d'épargne de précaution, reproduire un niveau stable et faible pour le taux d'intérêt réel, offrant ainsi une solution à l'énigme du rendement sûr.

Un modèle tenant compte de la formation d'habitudes de consommation offre également une explication à la variabilité des primes de risque estimées. Cette explication repose sur le comportement contracyclique prédit par l'équation (19) pour le coefficient d'aversion pour le risque. En période de récession, la baisse de la consommation rend les agents plus sensibles au risque et favorise, par le fait même, une augmentation des primes de risque, qui semble conforme à la réalité observée.

En résumé, les modèles de consommation définissent le risque systématique des actifs en termes de covariance entre le rendement des actifs et le taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation. Compte tenu de la faible variabilité de la consommation globale, le modèle peut difficilement expliquer les niveaux relativement élevés des primes de risque sans postuler une très forte aversion pour le risque. Cela est particulièrement apparent lorsque les préférences des consommateurs-investisseurs prennent la forme isoélastique. La modification des préférences effectuée dans le but d'incorporer les habitudes de consommation ou la notion d'utilité non espérée ne permet pas de changer ce résultat. Les deux modèles reproduisent le niveau observé de la prime de marché uniquement lorsque l'aversion pour le risque est importante. Après plus de douze ans de recherches intensives, l'énigme de Mehra et Prescott n'a toujours pas été véritablement résolue, du moins si l'on cherche à se limiter à des niveaux raisonnables d'aversion pour le risque.

Le développement des modèles de consommation a aussi permis de mieux comprendre les facteurs sous-jacents à la détermination du taux d'intérêt réel. On peut aujourd'hui conclure que l'énigme du taux sans risque soulevée initialement par Weil (1989) disparaît lorsqu'on adopte des préférences permettant une séparation des concepts d'aversion pour le risque et de substitution intertemporelle.

2 Le prix des autres types d'actifs financiers

Les principes développés à la section 1 sont également applicables à l'évaluation des autres types d'actifs financiers négociés sur les marchés. Dans cette section, nous élargissons la discussion aux prédictions du modèle concernant l'évaluation des obligations à échéance plus longue qu'une période et nous abordons aussi la question de l'évaluation des options.

Nous traitons en premier lieu le cas des obligations. Nous porterons une attention particulière à la détermination des prix sur les marchés au comptant et sur les marchés à terme. Nous développerons aussi les restrictions imposées au taux de rendement selon l'échéance.

Imaginons qu'il existe sur les marchés financiers, en plus des titres analysés à la section précédente, un ensemble d'obligations à coupons détachés sans risque et d'échéances différentes. Chaque obligation donne droit, au moment de l'échéance, à une unité de consommation. L'existence de ces titres modifie la contrainte budgétaire de l'agent type. Définissons $b_{j,\,t}$ comme la quantité d'obligations venant à échéance dans j périodes et détenue par l'agent au début de la période t et $q_{j,\,t}$ comme le prix au comptant de ces obligations. La contrainte budgétaire de la période t devient

$$C_t + \sum_{j=1}^{N} b_{j,\,t+1} \bullet q_{j,\,t} \leq y_t + \sum_{j=0}^{N} b_{j,\,t} \bullet q_{j,\,t}, \tag{20}$$

où N est la plus longue échéance disponible sur le marché des obligations. Par souci de simplification, la contrainte budgétaire (20) ne tient pas compte des éléments analysés précédemment et attribuables au marché boursier. La variable y_t englobe tous les autres revenus de l'agent type. Notons aussi que par définition $q_{0,\,t} \equiv 1$. La gestion efficace du portefeuille d'obligations doit satisfaire, pour chacune des échéances disponibles, la condition d'Euler suivante :

$$U'(\bullet_t) \bullet q_{j,\,t} = \beta E_t\left[U'(\bullet_{t+1}) \bullet q_{j-1,\,t+1}\right] \quad j = 1, \ldots, N. \tag{21}$$

Cette condition a une interprétation similaire à celle développée à la section précédente. L'achat à la période t d'une obligation d'échéance j entraîne, à la marge, une perte d'utilité égale à $U'(\bullet_t) \bullet q_{j,\,t}$ unités. Ce placement permet cependant d'augmenter la consommation de la période $t+1$ de $q_{j-1,\,t+1}$, étant donné qu'en $t+1$ cette obligation pourra être vendue au prix de celles d'échéance $j-1$. Vu de la période t, ce bénéfice futur a une valeur attendue de

$$\beta E_t\left[U'(\bullet_{t+1}) \bullet q_{j-1,\,t+1}\right]$$

unités d'utilité. Encore une fois, la condition (21) montre que le portefeuille d'obligations de l'agent est optimal lorsque le coût et le bénéfice marginaux de l'investissement sont égaux pour chacune des échéances disponibles.

À l'équilibre général, l'offre nette des obligations par échéance est égale à zéro, $b_{j,\,t+1} = 0$. Dès lors, le prix au comptant d'équilibre d'une obligation d'échéance j est obtenu par substitutions récursives de l'équation (21) :

$$q_{j,\,t} = \beta^j E_t\left[S_{t,\,t+j}\right]. \tag{22}$$

Le prix d'équilibre à la période t d'une obligation d'échéance j reflète entièrement le taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation entre les périodes t et $t + j$. Lorsque les préférences sont isoélastiques, l'équation (22) relie le prix des obligations au taux de croissance attendu de la consommation. Toutes choses étant égales par ailleurs, le prix d'une obligation d'échéance j est relativement élevé (faible) lorsque le marché anticipe un faible (grand) taux de croissance de la consommation entre les périodes t et $t + j$, étant donné que les investisseurs chercheront dans ce cas à acquérir massivement des obligations pour réorienter leur profil de consommation vers le futur. L'analyse met l'accent ici sur les prix. Nous pourrions inversement développer les prédictions concernant les rendements à l'échéance des obligations. Le rendement à l'échéance d'une obligation, que nous dénoterons $r_{j,\,t}$, est entièrement déterminé par le prix d'achat de l'obligation, de sorte que

$$q_{j,\,t} = \left(\frac{1}{1 + r_{j,\,t}}\right)^j. \tag{23}$$

En effet, le rendement $r_{j,\,t}$ d'une obligation coupons détachés est simplement le taux constant auquel le prix de l'obligation doit augmenter pour que la valeur de celle-ci soit égale à une unité de consommation à la période d'échéance $t + j$. Les prédictions concernant la structure (par terme) des taux d'intérêt découle directement des équations (22) et (23).

Nous allons maintenant mettre l'accent sur les prédictions relatives au prix relatif des contrats à terme portant sur des obligations de diverses échéances. Rappelons qu'un contrat à terme constitue un engagement à effectuer une transaction à une date déterminée dans le futur et à des conditions préétablies. Définissons $f^k_{n,t}$ comme le prix déterminé à la période t d'un contrat prévoyant la livraison, à la période $t + n$, d'une obligation échéant à la période $t + k$, où $n < k$. Le bénéfice réalisé à la période de livraison $t + n$ sur ce contrat par un investisseur prenant une position longue est entièrement déterminé par l'écart entre $q_{k-n,\,t+1}$, le prix au comptant à la période $t + n$ d'une obligation échéant à la période $t + k$, et le prix de livraison $f^k_{n,t}$. Les gestionnaires de portefeuille ont toujours intérêt à négocier sur les marchés à terme jusqu'au point où toutes les occasions de profit ont été exploitées. Cette situation est atteinte lorsque

$$0 = E_t\left[S_{t,\,t+n} \bullet (q_{k-n,\,t+1} - f^k_{n,t})\right], \tag{24}$$

c'est-à-dire lorsque la valeur actualisée du bénéfice espéré d'une position longue est nulle[8]. Comme $f^k_{n,t}$ est connu dès la période t, l'équation (24) contraint le prix de livraison d'un contrat à terme à respecter la condition suivante :

$$f^k_{n,t} = \left\{E_t\left[S_{t,\,t+1}\right]\right\}^{-1} \bullet E_t\left[S_{t,\,t+1} \bullet q_{k-n,\,t+n}\right]. \tag{25}$$

En développant le terme de covariance figurant au côté droit de l'équation (25), on peut démontrer que le prix d'un contrat à terme est une combinaison du prix au comptant futur attendu et d'une prime de risque :

$$f^k_{n,t} = E_t\left[q_{k-n,\,t+n}\right] + \frac{1}{q_{n,\,t}} \bullet \mathrm{cov}_t\left(S_{t,\,t+n}, q_{k-n,\,t+n}\right). \tag{26}$$

Le prix d'un contrat à terme est supérieur (inférieur) au prix au comptant futur attendu lorsque la covariance conditionnelle entre $S_{t,\,t+1}$ et $q_{k-n,\,t+n}$ est positive (négative). Intuitivement, lorsque la covariance conditionnelle est positive, l'investisseur prenant une position longue sur le marché à terme s'engage par contrat à acheter un actif ayant une valeur sur le marché au comptant plus grande que prévu lorsque l'utilité marginale de la consommation est, elle aussi, plus grande que prévu. Le contrat à terme est dans ce cas un excellent instrument pour effectuer le lissage intertemporel de la consommation, et les investisseurs sont disposés à payer une prime pour cette caractéristique désirable. La prime de risque, $fp^k_{n,t}$, sur les contrats à terme est habituellement définie ainsi :

$$fp^k_{n,t} = E_t\left[q_{k-n,\,t+n}\right] - f^k_{n,t},$$

l'écart entre le prix au comptant futur attendu et le prix à terme. L'équation (26) montre que le signe de la prime est déterminé par le signe de la covariance conditionnelle entre $q_{k-n,\,t+n}$ et $f^k_{n,t}$. En particulier, il est à noter qu'une prime positive est possible seulement si la covariance conditionnelle est négative. Backus, Gregory et Zin (1989) signalent que le

---

8. Un agent a une position longue (courte) s'il s'engage à acquérir (vendre) une obligation au prix de livraison $f^k_{n,t}$.

signe de la covariance entre $S_{t,\, t+n}$ et $q_{k-n,\, t+n}$ découle directement du signe de la covariance entre $S_{t,\, t+\mathrm{n}}$ et $S_{t+n,\, t+k}$, étant donné l'équation (22). En particulier, une covariance négative n'est possible que si le coefficient d'autocorrélation du taux marginal de substitution intertemporelle est, lui aussi, négatif. Nous verrons plus loin que cette restriction permet de rejeter certaines versions du modèle. Notons finalement que la prime de risque $fp^k_{n,t}$ n'est pas nécessairement constante, puisque rien n'empêche la covariance conditionnelle apparaissant dans l'équation (26) de varier systématiquement avec l'état de la nature.

Les facteurs influençant les rendements attendus des obligations selon l'échéance peuvent également être analysés à l'aide de l'équation (21). Définissons h^k_{t+1} comme le rendement réalisé entre les périodes t et $t+1$ sur une obligation venant à échéance à la période $t+k$. Dans le cas présent, $h^k_{t+1} = q_{k-n,\, t+n}/q_{k,\, t}$ est déterminé entièrement par le gain de capital réalisé entre les périodes t et $t+1$. La condition du premier ordre (21) contraint h^k_{t+1} à respecter la condition

$$1 = E_t\left[S_{t,\, t+1} \bullet h^k_{t+1}\right] \qquad 1 \le k \le N. \tag{27}$$

Sachant que le rendement d'une obligation venant à échéance à la période $t+1$ est connu à l'avance, c'est-à-dire que

$$h^1_{t+1} = 1/q_{1,t} \text{ et que } q_{1,t} = E\left[S_{t,\, t+1}\right],$$

la condition (27) implique que

$$E_t\left[h^k_{t+1}\right] - h^1_{t+1} = -h^1_{t+1} \bullet \mathrm{cov}_t\left(S_{t,\, t+1}, h^k_{t+1}\right). \tag{28}$$

Le rendement attendu d'une obligation d'échéance k est différent du rendement sûr ou du rendement d'une obligation d'une période — si la covariance conditionnelle entre $S_{t,\, t+1}$ et h^k_{t+1} est différente de zéro.

Selon la théorie des anticipations, la pente de la structure par terme des taux d'intérêt est déterminée par les prévisions du marché à l'égard des taux d'intérêt futurs. La pente est positive (négative) et les taux augmentent (diminuent) avec l'échéance lorsque le marché prévoit des augmentations (diminutions) des taux d'intérêt. Dans ce cas, le prix de livraison des contrats à terme reflète entièrement et uniquement les prévisions du marché à l'égard des prix futurs au comptant. Le MEDAF fondé sur la consommation est compatible avec cette prévision si les termes de covariance conditionnelle apparaissant aux équations (26) et (28) sont nulles. Backus, Gregory et Zin (1989) étudient cette question et arrivent à la conclusion que les covariances sont nulles lorsque les agents sont neutres face au risque ou que les taux marginaux de substitution $S_{t,\,t+1}$ sont indépendants. Dans le premier des deux cas, le taux marginal de substitution intertemporelle est constant et égal à β dans tous les états de la nature. Pour cette raison, les équations (22), (25) et (27) impliquent des valeurs constantes pour

$$q_{j,\,t},\, f^k_{n,t} \text{ et } h^k_{t+1}$$

et des primes de risque nulles pour

$$fp^k_{n,t} \text{ et } E_t\left[h^k_{t+1}\right] - h^1_{t+1}$$

dans tous les états possibles de la nature. Si les taux marginaux de substitution intertemporelle sont indépendants, l'équation (22) se simplifie comme suit :

$$q_{j,\,t} = E_t\left[\prod_{i=1}^{j} S_{t+i-1,\,t+i}\right] = \prod_{i=1}^{j} E_t\left[S_{t+i-1,\,t+i}\right]$$

$$= \prod_{i=1}^{j} E_t\left[q_{1,\,t+i-1}\right], \tag{29}$$

et le prix d'une obligation venant à échéance dans j périodes est le produit des prix futurs attendus. Par conséquent, le prix de livraison d'un contrat à terme reflète uniquement le prix au comptant futur attendu de l'obligation sous-jacente, et la prime $fp^k_{n,t}$ est nulle. Pour la même raison, les rendements attendus des obligations entre les périodes t et $t+1$ sont indépendants de l'échéance, c'est-à-dire

$$E_t\left[h^k_{t+1}\right] = (1/E_t)\left[S_{t,\,t+1}\right],$$

et les primes de terme sont nulles.

La structure par terme des taux d'intérêt est l'une des relations les plus étudiées en économie et en finance. Les nombreux travaux portant sur cette question ont permis de dégager deux traits caractéristiques de la structure par terme. D'une part, les études montrent que la prime moyenne de risque dans les contrats à terme, fp^k_n est petite, mais positive. D'autre part, les résultats révèlent que les primes sont très variables et qu'elles sont partiellement prévisibles. Ces deux phénomènes sont très robustes et ils ne semblent pas dépendre de périodes ou d'échantillons particuliers. Roll (1970), Fama (1976 et 1984) font état de plusieurs statistiques confirmant cette situation. Dans leur revue de la littérature, Shiller, McCulloch et Huston (1987) arrivent à la conclusion que ces deux phénomènes indiquent le rejet sans équivoque de la théorie des anticipations.

Backus, Gregory et Zin (1989) s'interrogent sur la question de savoir si les fluctuations des prix des obligations et des primes de risque sont compatibles avec les prédictions d'un modèle d'équilibre général du type élaboré par Breeden (1979) et Lucas (1978). Les équations (26) et (28) montrent qu'en principe ce modèle est compatible avec des primes de risque positives et variables.

La question est plutôt de savoir si le modèle peut quantitativement expliquer le comportements des primes de risque. Pour élucider cette question, Backus, Gregory et Zin ont recours à l'étalonnage d'un modèle à deux états avec des préférences isoélastiques. Leurs exercices de simulation révèlent deux écarts importants entre les prédictions du modèle et les observations empiriques. Premièrement, avec des préférences isoélastiques, le modèle semble incapable de reproduire la prime de risque moyenne observée sur le marché à terme lorsque le coefficient d'aversion pour le risque prend une valeur inférieure à 7 ou 8. Ce résultat n'est pas sans nous rappeler le casse-tête de la prime de marché de Mehra et Prescott. Deuxièmement, comme nous l'avons souligné précédemment, la prime de risque prédite sur le marché à terme par l'économie artificielle est positive uniquement lorsque le coefficient d'autocorrélation du taux marginal de substitution intertemporelle est négatif. Avec des préférences isoélastiques, cela oblige le coefficient d'autocorrélation du taux de croissance de la consommation à être, lui aussi, négatif. Or, les résultats empiriques en faveur d'un coefficient d'autocorrélation négatif sont plutôt inexistants. Par exemple, au cours de la période étudiée par Backus, Gregory et Zin, le coefficient d'autocorrélation du taux de croissance de la consommation est faiblement positif aux États-Unis.

Backus, Gregory et Zin soumettent aussi les données simulées aux mêmes tests économétriques afin de vérifier si les primes de risque générées par l'économie artificielle fluctuent suffisamment pour rejeter la prédiction de la théorie des anticipations. Là encore, les résultats sont peu favorables à leur version du modèle. Les données simulées rejettent la théorie des anticipations uniquement lorsque les paramètres d'aversion pour le risque et d'autocorrélation de la consommation prennent des valeurs extrêmes. Invariablement, les données simulées acceptent les restrictions imposées par la théorie des anticipations lorsque les paramètres sont fixés à des niveaux raisonnables.

Les résultats obtenus par Backus, Gregory et Zin découlent en partie de la structure des préférences adoptées lors de l'étalonnage de leur modèle. Comme nous l'avons mentionné à la section 1, l'évolution du taux marginal de substitution intertemporelle est intimement liée à l'évolution du taux de croissance de la consommation lorsque les préférences sont isoélastiques. Le comportement lisse et peu prévisible du taux de croissance de la consommation est dans ces conditions difficilement concilable avec le comportement estimé des primes de risque.

Gregory et Voss (1991) vérifient la robustesse des résultats obtenus par Backus, Gregory et Zin en adoptant des préférences plus générales. En particulier, ils étudient si les préférences suggérées par Constantinides (1990) et incorporant les habitudes de consommation et les préférences d'utilité non espérée proposées par Epstein et Zin (1989) permettent de mieux mimer le comportement des primes observées. Les résultats des simulations révèlent que l'adoption de préférences plus générales constitue un pas dans la bonne direction. En effet, à la fois les préférences de Constantinides et d'Epstein et Zin permettent de reproduire le niveau et la variabilité des primes de risque sur les marchés à terme. De plus, les primes simulées sont suffisamment variables pour indiquer le rejet de la théorie des anticipations lorsqu'on fait passer aux données simulées la batterie de tests économétriques qui mène au rejet empirique de cette théorie.

Toutefois, même si ces résultats sont encourageants du point de vue de la théorie, les simulations révèlent des tensions significatives entre le modèle et les données, notamment en ce qui a trait à la variabilité des prix des obligations. En effet, l'écart-type du prix simulé des obligations est dans le meilleur des cas 30 fois plus grand que celui observé dans les données. Cela reflète simplement le fait que le prix des obligations doit être variable pour que l'économie artificielle soit en mesure de reproduire le niveau des primes de risque observées. La structure par terme des taux d'intérêt reste de ce point de vue, pour la théorie de l'équilibre général, une énigme à élucider.

Nous terminons cette section en discutant brièvement l'évaluation des options. L'un des atouts principaux du modèle de consommation est qu'il permet d'aborder de façon unifiée l'évaluation des actifs financiers. De manière plus spécifique, la valeur d'un actif peut toujours être déterminée, une fois connue la structure temporelle des paiements offerts par celui-ci. L'équation (9) est une illustration de ce principe général. Nous verrons ici comment ce principe s'applique aux options. Pour ce faire, nous devons en premier lieu définir clairement la structure des paiements offerts par les options. Nous verrons par la suite comment l'équation (9) permet d'estimer la valeur des options.

Une option donne le droit à son détenteur d'acheter ou de vendre, selon qu'il s'agisse d'une option d'achat ou de vente, au cours d'une période donnée un actif financier à un prix déterminé d'avance; ce prix est identifié comme le prix de levée de l'option. Deux catégories d'options sont négociées sur les marchés : les options américaines et les options européennes. Une option américaine d'achat (vente) offre à son détenteur le droit de lever l'option et d'acheter (de vendre) au prix de levée l'actif sous-jacent en tout temps jusqu'à la date d'échéance du contrat. Les options européennes sont plus contraignantes, puisque le détenteur peut lever l'option et acquérir le titre sous-jacent uniquement à la date d'échéance du contrat. On peut donc voir que, contrairement aux contrats à terme discutés précédemment, les options ne comportent pas l'obligation d'exercer le privilège d'achat ou de vente.

Nous considérons dans un premier temps la détermination de la prime d'une option d'achat d'un titre boursier j arrivant à échéance dans une période donnée[9]. Notons que les options américaines et européennes sont équivalentes pendant la période précédant l'échéance. Supposons que le prix de levée de l'option soit égal à K. Pour trouver la prime de cette option à la période t, il faut déterminer combien un investisseur est disposé à payer pour le droit d'acheter le titre boursier à la période $t + 1$ au prix de levée de l'option. Si à la période $t + 1$ la valeur du titre boursier est supérieure au prix de levée de l'option (c'est-à-dire $q_{t+1}^{z_j} > K$), l'investisseur aura intérêt à lever son option et à encaisser l'écart $q_{t+1}^{z_j} - K$. Si par contre $q_{t+1}^{z_j}$ est inférieur à K, l'investisseur ne fait aucun bénéfice et a intérêt à laisser mourir son option. En conséquence, la prime d'équilibre à la période t d'une option américaine d'achat en $t + 1$ est[10]

$$PA_j^a(t, t+1) = E_t\left[S_{t,\,t+1} \bullet \max\left(0, q_{t+1}^{z_j} - K\right)\right], \tag{30}$$

où le taux marginal de substitution intertemporelle $S_{t,\,t+1}$ est utilisé pour actualiser les bénéfices futurs. La prime d'équilibre d'une option européenne d'échéance plus longue peut facilement être déduite en invoquant un argument similaire. Par exemple, la prime d'une option européenne d'achat arrivant à échéance à la période $t + n$ doit être égale à

$$PE_j^a(t, t+n) = E_t\left[S_{t,\,t+n} \bullet \max\left(0, q_{t+n}^{z_j} - K\right)\right], \tag{31}$$

où le facteur d'actualisation est maintenant le taux marginal de substitution intertemporelle entre les périodes t et $t + n$.

---

9. Le prix du contrat d'option est désigné dans le jargon du marché des options par l'expression « prime de l'option ».

10. Par analogie, la prime d'équilibre à la période t d'une option de vente en $t + 1$ est :

$$PA_j^v(t, t+1) = E_t\left[S_{t,\,t+1} \bullet \max\left(0, K - q_{t+1}^{z_j}\right)\right].$$

La prime d'équilibre d'une option américaine comparable est plus difficile à obtenir, parce que son détenteur peut lever son option en tout temps durant la durée de vie de celle-ci. Toutefois, comme nous venons de le voir à l'équation (30), la prime est facile à évaluer à la période précédant l'échéance de l'option. Cela veut dire que la prime à la période $t+n-1$ d'une option américaine venant à échéance à la période $t+n$ est

$$PA_j^a(t+n-1, t+n) = E_{t+n-1}\left[S_{t+n-1,\, t+n} \bullet \max\left(0, q_{t+n}^{z_j} - K\right)\right].$$

Le gestionnaire de portefeuille qui se porte acquéreur, à la période $t+n-2$, de cette option d'achat aura, à la période $t+n-1$, le choix de garder son option, qui à ce moment aura une valeur de $PA_j^a(t+n-1, t+n)$, ou de la lever et d'encaisser un bénéfice de $q_{t+n}^{z_j} - K$. La prime d'équilibre devrait donc être

$$PA_j^a(t+n-2, t+n)$$

$$= E_{t+n-2}\left[S_{t+n-2,\, t+n-1} \bullet \max\left(PA_j^a(t+n-1, t+n), q_{t+n}^{z_j} - K\right)\right]$$

à la période $t+n-2$. En procédant de façon récursive, on peut déduire que la prime d'équilibre d'une option américaine d'achat arrivant à échéance à la période $t+n$ est :

$$PA_j^a(t, t+n)$$

$$= E_t\left[S_{t,\, t+1} \bullet \max\left(PA_j^a(t+1, t+n), q_{t+n}^{z_j} - K\right)\right]. \tag{32}$$

De façon générale, on peut conclure de l'équation (32) que la valeur des options dans un modèle de consommation n'est pas indépendante des paramètres de préférences, en particulier les paramètres d'aversion pour le risque et de substitution intertemporelle. Les résultats empiriques obtenus par Garcia et Renault (1998) tendent à le confirmer.

3 Inflation et marchés financiers

Jusqu'à maintenant, nous avons analysé la détermination des rendements en faisant totalement abstraction des aspects monétaires. Dans bien des situations, cette omission est justifiée et est sans grande conséquence. Toutefois, une analyse complète des facteurs sous-jacents de la structure des rendements ne peut faire abstraction des aspects monétaires. Dans cette section, nous introduisons la monnaie dans le modèle d'équilibre élaboré précédemment afin d'étudier si le risque entourant le pouvoir d'achat de la monnaie est un facteur prisé par les marchés financiers. En particulier, nous allons chercher à comprendre dans quelles conditions le rendement réel prévu des obligations nominales incorpore une prime de risque d'inflation. Nous allons aussi tenter d'identifier les mécanismes par lesquels l'inflation affecte les prix et les rendements réels des actifs boursiers.

La discussion des facteurs monétaires est toujours confrontée à un écueil de taille. En effet, les modèles macroéconomiques et financiers sont toujours en mal de fondements microéconomiques solides pour la demande de monnaie. Cette lacune n'a cependant pas complètement empêché l'avancement de la recherche théorique sur les questions monétaires. Il existe à l'heure actuelle plusieurs façons plus ou moins *ad hoc* d'introduire la monnaie dans les modèles macroéconomiques. Les modèles dotés de contraintes de paiement au comptant semblent présentement être les plus populaires[11]. Les travaux de Lucas (1982 et 1984), Svensson (1985a et b), Lucas et Stockey (1987), Labadie (1989) et Giovannini et Labadie (1991) en particulier démontrent que cette manière d'introduire la monnaie dans un modèle macroéconomique permet d'isoler l'impact des facteurs monétaires sur les marchés financiers.

Dans un modèle doté de contraintes de paiement au comptant, les transactions sur le marché des biens et services doivent être acquittées obligatoirement avec du numéraire. En d'autres mots, les biens s'échangent contre la monnaie, la monnaie s'échange contre les biens, mais les biens ne s'échangent pas directement contre des biens. Il existe deux grandes variantes de ce modèle qui diffèrent selon que les marchés financiers interviennent au début ou à la fin de la période. Lucas (1982) adopte la convention que : i) les agents observent l'état de la nature, déterminé par la dotation en biens et par le taux de croissance de la masse monétaire au début de la période, c'est-à-dire avant qu'on prenne des décisions; ii) les marchés financiers interviennent au début de la période, à un moment où le marché des biens et services est inactif. Svensson (1985b) utilise le scénario inverse, avec le marché des biens et services au début de la période et le marché financier, à la fin. Il fait également l'hypothèse que les agents économiques apprennent dès l'ouverture du marché des biens la valeur des transferts monétaires qu'ils recevront des autorités monétaires à la fin de la période, au moment des transactions financières. Peu importe le scénario, l'important est que dans un modèle assorti de contraintes de paiement au comptant, les

---

11. La contrainte de paiement au comptant (*cash-in-advance*) est apparue dans la littérature avec la publication de Clower (1967).

marchés financiers ne soient pas accessibles au moment où les agents négocient sur le marché des biens et services.

Pour les fins de l'analyse, nous adopterons le scénario proposé par Lucas. De plus, nous retournons au contexte de la section 1 pour limiter la discussion au marché boursier et au marché des obligations à court terme. Contrairement aux sections précédentes, tous les paiements sont maintenant effectués en monnaie. C'est en particulier le cas du remboursement des obligations arrivant à échéance et du paiement des dividendes aux actionnaires. Les actifs financiers sont des titres donnant droit avant tout à des paiements monétaires.

Compte tenu de l'ouverture séquentielle des marchés, l'agent type est assujetti à deux contraintes budgétaires distinctes, l'une pour les marchés financiers et l'autre pour le marché des biens et services. Les marchés financiers interviennent en premier. C'est à ce moment que l'agent fait son choix d'encaisses monétaires de transaction M_t^d pour la période courante et qu'il détermine la composition de son portefeuille en titres boursiers z_t et en obligations coupons détachés B_t. Les choix sur les marchés financiers doivent respecter la contrainte budgétaire suivante :

$$\frac{Q_t^z \bullet z_t}{P_t} + \frac{Q_t \bullet B_t}{P_t} + \frac{M_t^d}{P_t} = \frac{H_t}{P_t} + \frac{Q_t^z \bullet z_{t-1}}{P_t}, \tag{33}$$

où les variables P_t et H_t mesurent respectivement le niveau général des prix et la valeur des encaisses monétaires détenues par l'agent au début de la période *t*. Le prix des obligations Q_t et le prix des actifs boursiers Q_t^z sont ici en termes nominaux. Les encaisses monétaires détenues au début de la période *t* sont déterminées par les revenus en dividendes de la période précédente $P_{t-1} \bullet D_{t-1} \bullet z_{t-1}$, par l'encaissement des obligations venant à échéance B_{t-1}, par le montant des encaisses de transaction $M_t^d - P_{t-1} \bullet C_{t-1}$ qui n'ont pas été dépensées sur le marché des biens à la période $t-1$ et par un transfert forfaitaire reçu des autorités monétaires Γ_t :

$$H_t \equiv P_{t-1} \bullet D_{t-1} \bullet z_{t-1} + B_{t-1} + (M_{t-1}^d - P_{t-1} \bullet C_{t-1}) + \Gamma_t.$$

Le marché des biens et services intervient uniquement après la fermeture des marchés financiers. Les dépenses de consommation sur ce marché doivent être financées entièrement à même les encaisses de transaction. Cette restriction donne lieu à la contrainte de paiement au comptant

$$C_t \le \frac{M_t^d}{P_t}. \tag{34}$$

L'agent type fait ses choix de M_t^d, B_t, z_t et C_t de façon à maximiser son utilité intertemporelle attendue

$$\max_{M_t^d, B_t, z_t, C_t} E_t\left[\sum_{\tau = t}^{\infty} \beta^{\tau - t} U(C_\tau)\right] \quad 0 < \beta < 1, \tag{35}$$

sous les contraintes (33) et (34). Les choix optimaux de z_t et de B_t doivent respecter les deux conditions du premier ordre suivantes :

$$U'(C_t) \bullet q_t^z = \beta E_t\left[U'(C_{t+1}) \bullet (D_t \bullet \pi_{t+1}^{-1} + q_{t+1}^z)\right] \tag{36}$$

$$U'(C_t) \bullet Q_t = \beta E_t\left[U'(C_{t+1}) \bullet \pi_{t+i}^{-1}\right], \tag{37}$$

où $q_t^z = Q_t^z / P_t$ est le prix relatif des actifs boursiers et $\pi_{t+1} = P_{t+1} / P_t$ est l'inflation entre les période t et $t + 1$. L'interprétation des conditions (36) et (37) est identique à celle des conditions (3) et (4) à une nuance près. Les conditions (36) et (37) tiennent compte du fait que les bénéfices des placements financiers fluctuent avec le niveau général des prix dans une économie monétaire, d'où la présence de π_{t+1} dans ces équations.

Les marchés sont à l'équilibre lorsque i) la monnaie et les titres boursiers en circulation sont volontairement détenus, $M_t^d = M_t$ et $z_t = 1$ et ii) l'offre nette d'obligations est nulle, $B_t = 0$; et le marché des biens est à l'équilibre $C_t = D_t$. Par souci de simplicité, nous allons restreindre la discussion au cas où la contrainte de paiement au comptant s'applique toujours à l'équilibre[12]. Dans cette hypothèse, la vitesse de circulation de la

---

12. Le multiplicateur de Kuhn-Tucker μ_t associé à la contrainte de paiement au comptant (34) reflète la caractéristique de liquidité de la monnaie. Il est possible de démontrer à l'aide de (37) et de la condition du premier ordre pour le choix de M_t^d (condition non spécifiée ici) que

$$\frac{\mu_t}{P_t} = \beta E_t\left[U'(\bullet_{t+1}) \bullet \frac{1}{P_{t+1}}\right] \bullet i_t .$$

Cette équation illustre le fait que, dans un modèle assorti de contraintes de paiement au comptant, le taux d'intérêt nominal i_t sert à indemniser les investisseurs pour le manque de liquidité des obligations. Pour cette raison, la contrainte de paiement au comptant est faible (c'est-à-dire $\mu_t = 0$) uniquement lorsque le taux d'intérêt nominal est nul. L'hypothèse que la contrainte de paiement au comptant est toujours satisfaite à l'égalité équivaut donc à limiter notre analyse à des situations où le taux d'intérêt nominal est toujours positif. En théorie, il est possible d'obtenir avec le scénario de remplacement de Svensson (1985b) un équilibre où la contrainte de liquidité est faible dans certains états de la nature, même si le taux d'intérêt nominal est positif. Les résultats de simulations de Hodrick, Kocherlakota et Lucas (1991) révèlent cependant que cette possibilité est avant tout théorique, puisqu'en pratique la contrainte de paiement au comptant semble toujours s'appliquer, du moins lorsque les paramètres sont fixés à des valeurs « raisonnables ».

monnaie est constante, et le niveau général des prix obéit à une version stricte de la théorie quantitative de la monnaie,

$$P_t = \frac{M_t}{P_t}. \tag{38}$$

Cette hypothèse indique aussi que l'inflation $\pi_{t+1} = P_{t+1}/P_t$ entre les périodes t et $t+1$ est égale au quotient $(\pi_{t+1} = \omega_{t+1}/\lambda_{t+1})$ du facteur de croissance de la masse monétaire $\omega_{t+1} = M_{t+1}/M_t$ par le facteur de croissance de la dotation en biens $\lambda_{t+1} = C_{t+1}/C_t$.

Les prédictions du modèle concernant l'effet de l'inflation sur les prix et les rendements des actifs financiers découlent des conditions du premier ordre (36) et (37) évaluées à l'équilibre général. Nous allons explorer à l'aide de ces équations comment la variabilité de l'inflation agit sur la détermination des prix et des rendements sur les marchés financiers. Notre analyse s'appuie particulièrement sur les travaux de Labadie (1989) et Giovannini et Labadie (1991). On peut également consulter à profit les études de Fama et Farber (1979), Leroy (1984) et Svensson (1985b). L'impact sur le rendement des obligations est discuté en premier lieu. Pour les besoins de l'analyse, définissons la prime de risque d'inflation ϕ^{π}_{t+1} comme l'écart entre le rendement réel prévu d'une obligation nominale et le taux d'intérêt réel sûr r^f_{t+1}. La prime de risque d'inflation est selon cette définition égale à

$$\phi^{\pi}_{t+1} = E_t\left[r_{t+1}\right] - r^f_{t+1}. \tag{39}$$

Le taux d'intérêt réel sûr correspond au rendement réel d'une obligation indexée. Dans le modèle de Lucas (1982), r^f_{t+1} est déterminé, comme à l'équation (13), par la réciproque du taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation[13]. Le rendement réel prévu d'une obligation nominale est, quant à lui, égal à

$$1 + E_t\left[r_{t+1}\right] = \frac{E_t\left[\pi^{-1}_{t+1}\right]}{Q_t}. \tag{40}$$

Selon la théorie de Fisher, $E_t\left[r_{t+1}\right]$ est égal au taux d'intérêt réel sûr. En substituant dans (40) la valeur d'équilibre de Q_t obtenue de l'équation (37) et en décomposant le terme de covariance y apparaissant, nous obtenons une

13. Pour cette raison, r^f est fonction uniquement des perturbations réelles. Par contre, dans le modèle de Svensson, le taux d'intérêt réel est déterminé par le taux marginal de substitution intertemporelle de la richesse non liquide, qui en général est influencé par les perturbations réelles et monétaires.

expression qui nous permet d'identifier les conditions dans lesquelles la théorie (l'équation) de Fisher est vérifiée :

$$1 + E_t\left[r_{t+1}\right] = \left(1 + r_{t+1}^f\right) \bullet \left[\frac{E_t\left[\pi_{t+1}^{-1}\right]}{E_t\left[\pi_{t+1}^{-1}\right] + \dfrac{\operatorname{cov}_t(S_{t,\,t+1}, \pi_{t+1}^{-1})}{E_t\left[S_{t,\,t+1}\right]}}\right]. \tag{41}$$

L'équation (41) nous montre que la validité de la théorie de Fisher et, par le fait même, l'existence d'une prime de risque d'inflation reposent sur la valeur de la covariance conditionnelle entre le rendement réel de la monnaie π_{t+1}^{-1} et le taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation $S_{t,\,t+1}$. La théorie de Fisher est valide si la covariance est nulle. Dans tous les autres cas, le modèle nous prédit l'existence d'une prime de risque d'inflation dont le signe est déterminé par le signe de la covariance $\operatorname{cov}_t(S_{t,\,t+1}, \pi_{t+1}^{-1})$. Intuitivement, une $\operatorname{cov}_t(S_{t,\,t+1}, \pi_{t+1}^{-1})$ positive (négative) signifie que le rendement réel de la monnaie π_{t+1}^{-1} est généralement supérieur (inférieur) aux prévisions lorsque le taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation est plus grand (petit) que prévu. Dans ce cas, les obligations nominales sont un meilleur (moins bon) placement que les obligations indexées pour faire le lissage intertemporel de la consommation, parce qu'elles offrent une rendement élevé lorsque la consommation est faible[14]. On peut pousser un peu plus loin l'analyse si l'on fait l'hypothèse que les préférences sont isoélastiques. Dans ce cas particulier,

$$\operatorname{cov}_t(S_{t,\,t+1}, \pi_{t+1}^{-1}) = \beta \bullet \operatorname{cov}_t(\lambda_{t+1}^{-\gamma}, \lambda_{t+1} \bullet \omega_{t+1}^{-1}) \tag{42}$$

et le signe de la prime de risque d'inflation dépendent de la covariance contemporaine entre λ et ω. Par exemple, pour que la prime soit négative, il est nécessaire que la covariance contemporaine entre ces deux variables soit positive. En d'autres mots, l'inflation et les transferts monétaires doivent être procycliques.

L'inflation affecte également le marché boursier par le truchement de la ponction que l'inflation exerce implicitement sur les revenus en dividendes des actionnaires. Un titre boursier rapporte à son propriétaire un dividende nominal de $P_t \bullet D_t$ à la fin de la période *t*. Ce revenu peut

14. Avec le scénario inverse de Svensson (1985b), la prime de risque d'inflation dépend plutôt de la covariance conditionnelle de π_{t+1}^{-1} avec le taux marginal de substitution intertemporelle de la richesse illiquide, car les marchés financiers interviennent à la fin de la période, après la fermeture du marché des biens et services.

financer l'achat de biens de consommation au plus tôt à la période $t+1$, à un moment où sa valeur réelle sera égale à $D_t \bullet \pi_{t+1}^{-1}$. Lorsque $\pi_{t+1} \neq 1$, la variation du pouvoir d'achat de la monnaie vient taxer $(\pi_{t+1} > 1)$ ou subventionner $(\pi_{t+1} < 1)$ les actionnaires. Carmichael (1985) démontre, dans un environnement sans incertitude, que cette propriété de l'inflation exerce un effet négatif sur les valeurs boursières en régime permanent (*steady state*). Dans un contexte plus large où la dotation et la croissance monétaire sont aléatoires, l'incertitude entourant la valeur de la ponction exercée par l'inflation est un élément supplémentaire qui vient influencer de deux façons le risque systématique des placements boursiers. Définissons r_{t+1}^z comme le rendement réel d'un placement boursier entre les périodes t et $t+1$. Compte tenu de la structure du modèle de Lucas, la valeur de r_{t+1}^z est égale à

$$r_{t+1}^z = \frac{C_t \bullet \pi_{t+1}^{-1} + q_{t+1}^z}{q_t^z} - 1 . \tag{43}$$

À l'équilibre général, la condition (36) contraint la valeur attendue de r_{t+1}^z à satisfaire à la condition suivante :

$$1 + E_t\left[r_{t+1}^z\right] = \frac{1 - \operatorname{cov}_t(S_{t,\,t+1}, r_{t+1}^z)}{E_t\left[S_{t,\,t+1}\right]} . \tag{44}$$

Comme à l'équation (15), le risque systématique des placements boursiers est déterminé par la covariance conditionnelle entre $S_{t,\,t+1}$ et r_{t+1}^z. Pour comprendre comment l'inflation influence cette covariance, il est utile de la reformuler, à l'aide de (43), comme une somme de deux éléments correspondant au risque lié au rendement sous la forme de dividendes et au rendement sous la forme de gain de capital :

$$\operatorname{cov}_t\left(S_{t,\,t+1}, r_{t+1}^z\right) = \left(q_t^z\right)^{-1}$$

$$\bullet \left[C_t \bullet \operatorname{cov}_t\left(S_{t,\,t+1}, \pi_{t+1}^{-1}\right) + \operatorname{cov}_t\left(S_{t,\,t+1}, q_{t+1}^z\right)\right] . \tag{45}$$

La présence de la première covariance est facilement explicable. Les titres boursiers versent des revenus qui sont détenus sous la forme monétaire pendant une période avant d'être dépensés ou investis. Il est donc tout à fait naturel que le risque entourant le pouvoir d'achat de la monnaie durant cette période d'attente, qui est déterminé par la covariance entre $S_{t,\,t+1}$ et π_{t+1}^{-1}, soit l'un des éléments qui influencent le risque systématique des placements boursiers. Pour comprendre l'impact de l'inflation sur la deuxième covariance, il faut expliciter le lien entre le prix d'équilibre des titres boursiers et le sentier futur de la ponction exercée par l'inflation. La valeur d'équilibre de q_t^z est obtenue par substitutions récursives de l'équation (36) :

$$q_t^z = E_t\left[\sum_{j=1}^{\infty} S_{t,\,t+1} \bullet C_{t+j-1} \bullet \pi_{t+j}^{-1}\right] . \tag{46}$$

La solution (46) est, contrairement à celle obtenue à la section 1, fonction de toutes les valeurs futures prévues de la ponction imputable à l'inflation. Pour cette raison, le risque systématique des placements boursiers est aussi influencé, par le biais du rendement obtenu sous forme de gain de capital, par l'incertitude entourant le sentier futur de la ponction, qu'exerce l'inflation.

En résumé, dans le modèle de Lucas, le risque d'inflation influe sur le risque systématique des titres boursiers pour deux raisons : premièrement, parce que la covariance entre le rendement réel de la monnaie et le taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation n'est pas nulle; deuxièmement, parce que le sentier futur de la ponction de l'inflation influence la distribution du gain de capital futur et modifie par le fait même la covariance entre $S_{t,\,t+1}$ et q_{t+1}^z.

En principe, le niveau et la variabilité que nous venons d'examiner peuvent modifier de manière significative le processus stochastique du rendement des actifs financiers. L'inclusion des facteurs monétaires et des primes de risque d'inflation peut-elle aider à comprendre certaines des anomalies énumérées à la section 1? Les résultats des simulations de Labadie (1989) et de Giovannini et Labadie (1991) montrent que, qualitativement, l'inclusion des facteurs monétaires oriente généralement les prédictions du modèle dans la bonne direction. Toutefois, les effets discutés sont quantitativement petits lorsque les préférences sont isoélastiques. Par exemple, Labadie fait état d'une prime de risque d'inflation maximum en valeur absolue de 0,3 % pour les obligations non indexées. Giovannini et Labadie simulent des primes de marché de l'ordre de 0,42 % à 1,91 %. Ces valeurs, qui sont largement supérieures à celles trouvées par Mehra et Prescott (1985), restent néanmoins loin de la valeur de 6,18 % observée dans les données. En outre, les primes simulées sont peu variables. Enfin, Giovannini et Labadie arrivent à la conclusion que les fluctuations des rendements attendus sont essentiellement dues aux fluctuations du taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation.

Conclusion

Nous avons fait dans cette étude une revue des prédictions relatives à l'évaluation des actifs financiers realisées à l'aide des modèles intertemporels d'équilibre général. Nous avons également discuté du degré de conformité des prédictions de ces modèles avec la réalité.

Notre analyse s'est articulée principalement autour d'une équation fondamentale d'évaluation des actifs financiers qui relie les rendements attendus des actifs à la covariance de leurs rendements à l'aide du taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation. Nous avons vu que la recherche intensive réalisée au cours des 20 dernières années a révélé des écarts importants entre le modèle et les données, particulièrement lorsque les préférences prennent une forme isoélastique qui ne permet pas de dissocier les concepts d'aversion pour le risque et de substitution intertemporelle. Même s'il n'a pas résolu tous les problèmes, le développement de structures de préférences plus générales permettant de dissocier les concepts d'aversion pour le risque et de substitution intertemporelle a permis de clarifier le rôle respectif joué par ces deux concepts dans la détermination des rendements. Nous savons maintenant que, dans ces modèles, l'aversion pour le risque influence principalement les primes de risque et que l'élasticité de la substitution intertemporelle détermine le taux d'intérêt réel. Nous avons vu également que les modèles d'utilité non espérée et de formation d'habitudes de consommation expliquent mieux la réalité parce qu'ils génèrent, chacun à sa façon, des niveaux élevés d'aversion pour le risque et de substitution intertemporelle.

L'introduction des facteurs monétaires par le biais d'une contrainte de paiement au comptant à la Clower montre que l'incertitude entourant le pouvoir d'achat de la monnaie modifie le risque systématique des actifs financiers. Toutefois, les résultats des simulations effectuées à ce jour révèlent des primes de risque d'inflation faibles et peu variables.

Bibliographie

Backus, D., A. Gregory, et S. Zin (1989). « Risk Premiums in the Term Structure: Evidence from the Artificial Economies », *Journal of Monetary Economics*, vol. 24, n° 3, p. 371-399.

Breeden, D. (1979). « An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities », *Journal of Financial Economics*, vol. 7, n° 3, p. 265-296.

Campbell, J. (1987). « Stock Returns and the Term Structure », *Journal of Financial Economics*, vol. 18, n° 2, p. 373-399.

Campbell, J. et J. Cochrane (1995). « By Force of Habit: A Consumption-based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior », document de travail n° 4995, National Bureau of Economic Research.

Campbell, J. et R. Shiller (1988). « Stock Prices, Earnings and Expected Dividends », *Journal of Finance*, vol. 43, n° 3, p. 661-676.

Campbell, J., A. Lo, et C. MacKinlay (1997). *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton (New Jersey), Princeton University Press.

Carmichael, B. (1985). « Anticipated Inflation and the Stock Market », *Revue canadienne d'Économique*, vol. 18, n^o 2, p. 285-293.

Carmichael, B. et L. Samson (1996). « La détermination des primes de risque et l'intégration des marchés boursiers canadien et américain », *Revue canadienne d'Économique*, vol. 29, n^o 3, p. 595-614.

Clower, R. W. (1967). « A Reconsideration of the Microfoundations of Monetary Theory », *Western Economic Journal*, vol. 6, n^o 1, p. 1-8.

Constantinides, G. M. (1990). « Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle », *Journal of Political Economy*, vol. 98, n^o 3, p. 519-543.

Epstein, L. et S. Zin (1989). « Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework », *Econometrica*, vol. 57, n^o 4, p. 937-969.

——— (1991). « Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis », *Journal of Political Economy*, vol. 99, n^o 2, p. 263-286.

Fama, E. (1976). « Forward Rates as Predictors of Future Spot Rates », *Journal of Financial Economics*, vol. 3, n^o 4, p. 361-377.

——— (1984). « The Information in the Term Structure », *Journal of Financial Economics*, vol. 13, n^o 4, p. 509-528.

Fama, E. et A. Farber (1979). « Money, Bonds, and Foreign Exchange », *American Economic Review*, vol. 69, n^o 4, p. 639-649.

Fama, E. et K. French (1988). « Dividend Yields and Expected Stock Returns », *Journal of Financial Economics*, vol. 22, n^o 1, p. 3-25.

Ferson, W. (1995). « Theory and Empirical Testing of Asset Pricing Models ». In: *Finance*, publié sous la direction de R. Jarrow, V. Maksimovic et W. Ziemba, Elsevier Science B.V., p. 145-200.

Ferson, W. et G. Constantinides (1991). « Habit Persistence and Durability in Aggregate Consumption: Empirical Tests », *Journal of Financial Economics*, vol. 29, n^o 2, p. 199-240.

Garcia, R. et É. Renault (1998). « Risk Aversion, Intertemporal Substitution and Option Pricing », Centre de recherche et développement économique, Université de Montréal.

Giovannini, A. et P. Labadie (1991). « Asset Prices and Interest Rates in Cash-in-advance models », *Journal of Political Economy*, vol. 99, n^o 6, p. 1215-1251.

Gregory, A. et G. Voss (1991). « The Term Structure of Interest Rates: Departures from Time-separable Expected Utility », *Revue canadienne d'Économique*, vol. 24, n^o 4, p. 923-939.

Hall, R. (1988). « Intertemporal Substitution in Consumption », *Journal of Political Economy*, vol. 96, n^o 2, p. 339-357.

Hodrick, R., N. Kocherlakota et D. Lucas (1991). « The Variability of Velocity in Cash-in-Advance Models », *Journal of Political Economy*, vol. 99, n^o 2, p. 358-384.

Kocherlakota, N. (1996). « The Equity Premium: It's Still a Puzzle », *Journal of Economic Literature*, vol. 34, n^o 1, p. 42-71.

Labadie, P. (1989). « Stochastic Inflation and the Equity Premium », *Journal of Monetary Economics*, vol. 24, n^o 2, p. 277-298.

Leroy, S. (1984). « Nominal Prices and Interest Rates in General Equilibrium: Endowment Shocks », *Journal of Business*, vol. 57, n^o 2, p. 197-213.

Lintner, J. (1965). « The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets », *Review of Economics and Statistics*, vol. 47, n^o 1, p. 13-27.

Lucas, R. Jr. (1978). « Asset Prices in an Exchange Economy », *Econometrica*, vol. 46, n^o 6, p. 1429-1445.

——— (1982). « Interest Rates and Currency Prices in a Two-country World », *Journal of Monetary Economics*, vol. 10, n^o 3, p. 335-359.

Lucas, R. Jr. (1984). « Money in the Theory of Finance », *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, vol. 21, p. 9-45.

Lucas, R. Jr. et N. Stockey (1987). « Money and Interest in a Cash-in-advance Economy », *Econometrica*, vol. 55, n° 3, p. 491-513.

Mankiw, N. et S. Zeldes (1991). « The Consumption of Stockholders and Nonstockholders », *Journal of Financial Economics*, vol. 29, n° 1, p. 97-112.

Mehra, R. et E. Prescott (1985). « The Equity Premium: A Puzzle », *Journal of Monetary Economics*, vol. 15, n° 2, p. 145-161.

Obstfeld, M. et K. Rogoff (1996). *Foundations of International Macroeconomics*, Cambridge (Massachusetts), The MIT Press.

Roll, R. (1970). *The Behavior of Interest Rates: An Application of the Efficient Market Model to U.S. Treasury Bills*, New York, Basic Books.

Sharpe, W. (1964). « Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk », *Journal of Finance*, vol. 19, n° 3, p. 425-442.

Shiller, R., J. McCulloch et J. Huston. 1987. « The Term Structure of Interest Rates », document de travail n° 2341, National Bureau of Economic Research.

Svensson, L. (1985a). « Currency Prices, Terms of Trade, and Interest Rates: A General Equilibrium Asset-pricing Cash-in-advance Approach », *Journal of International Economics*, vol. 18, n^os^ 1-2, p. 17-41.

——— (1985b). « Money and Asset Prices in a Cash-in-advance Economy », *Journal of Political Economy*, vol. 93, n° 5, p. 919-944.

Weil, P. (1989). « The Equity Premium Puzzle and the Risk-free Rate Puzzle », *Journal of Monetary Economics*, vol. 24, n° 3, p. 401-421.